

Equazioni alle derivate parziali

Prof. Alessandro Giacomini

Il corso verterà su un'introduzione sugli aspetti classici e moderni della teoria delle equazioni differenziali alle derivate parziali della fisica matematica.

Più in dettaglio verranno trattati i seguenti argomenti.

- (a) Generalità sulle equazioni alle derivate parziali e confronto con le equazioni differenziali ordinarie. Teorema di Cauchy-Kowalewski.
- (b) Equazioni alle derivate parziali della fisica matematica e associati problemi al contorno: equazioni di Laplace, del calore e delle onde. Esempi dalla meccanica dei continui (equilibrio e moto delle membrane, propagazione del calore). Metodo di separazione delle variabili e autofunzioni del laplaciano.
- (c) Equazione di Laplace. Esempi dalla fisica e dalla meccanica dei continui (campo elettrostatico, equilibrio dei corpi elastici). Rappresentazione di Green. Funzioni di Green del semispazio e della sfera. Potenziale newtoniano. Funzioni armoniche: definizione, proprietà della media, principio del massimo. Il metodo di Perron.
- (d) Principio di Dirichlet. Formulazione debole del problema di Laplace. Brevi richiami sugli spazi di Sobolev ed esistenza di una soluzione debole. Studio del problema agli autovalori.

Bibliografia

- (1) Gerald B. Folland: *Introduction to partial differential equations*, Prentice Hall of India, 2003.
- (2) Vladimir I Arnol'd: *Lectures on partial differential equations* Berlin ; Heidelberg : Springer, 2009.
- (3) Enrico Persico; Tino Zeuli: *Introduzione alla fisica matematica*, Bologna : Zanichelli, 1978.

Partial differential equations

Prof. Alessandro Giacomini

The course provides an introduction to the classical and modern methods in the theory of partial differential equations arising in mathematical physics.

- (a) Generalities on partial differential equations and comparison with ordinary differential equations. Cauchy-Kowalewski theorem.
- (b) Partial differential equations of mathematical physics and associated boundary value problems: Laplace, heat and wave equations. Examples from continuum mechanics (equilibrium and motion of a membrane, propagation of heat). Method of separation of variables and eigenfunctions of Laplace operator.
- (c) Laplace equation. Examples from physics and continuum mechanics (electrostatic fields, equilibrium of elastic bodies). Green's representation and Green's functions: the case of the half-space and of the ball. Newtonian potential. Harmonic functions: definition, mean value properties, maximum principle. Perron's method.
- (d) Dirichlet principle. Weak formulation of Laplace problem. Basic properties of Sobolev spaces and existence of a weak solution. Eigenvalue problem for the Laplace operator.

References

- (1) Gerald B. Folland: *Introduction to partial differential equations*, Prentice Hall of India, 2003.
- (2) Vladimir I Arnol'd: *Lectures on partial differential equations* Berlin ; Heidelberg : Springer, 2009.
- (3) Enrico Persico; Tino Zeuli: *Introduzione alla fisica matematica*, Bologna : Zanichelli, 1978.