Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_0^1 \frac{\log(x^2+2x+2)}{(x+1)^2}\,dx$$
vale

$\boxed{A}$: $\log 2 - \frac{\log 5}{3} + 2\arctan 2 - \frac{\pi}{2}$ $\boxed{B}$: $\log 2 - \frac{\log 5}{2} + 2\arctan 3 - \frac{\pi}{2}$
$\boxed{C}$: $\log 2 - \frac{\log 5}{3} + 2\arctan 3 - \frac{\pi}{2}$ $\boxed{D}$: $\log 2 - \frac{\log 5}{2} + 2\arctan 2 - \frac{\pi}{2}$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' + y = \sin x \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = \frac{3}{2}\,. \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(\pi/2)$ vale

$\boxed{A}$: 1 $\boxed{B}$: 2 $\boxed{C}$: 3 $\boxed{D}$: 0

3. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)^{\alpha-1}\log(x^2+y^2) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha > 1$ (b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq \frac{3}{2}$ (c) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ per ogni $\alpha > \frac{3}{2}$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq \frac{3}{2}$ (e) f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq 1$

le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$: (a), (c) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (d)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 2\,xy^2 + 3$. Allora f ammette

$\boxed{\text{A}}$: un punto di minimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{B}}$: un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{C}}$: un punto di minimo relativo, un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{D}}$: un punto di minimo relativo, un punto di massimo relativo e un punto di sella

---

5. Sia T l'insieme definito da $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, -1 \leq x \leq 1\,; 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$ e sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $g(x,y) = x^2(y + \frac{1}{3})$. Detti $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$ si ha

$\boxed{\text{A}}$: $m = 0$ e $M = \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = \frac{1}{3}$ e $M = \left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$ e $M = \left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -\frac{1}{3}$ e $M = 0$

---

6. Sia $\gamma : [1,2] \to \mathbb{R}^3$ la curva di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (\log t, t^2/2, \sqrt{2}\,t)$, $t \in [1,2]$. Allora la lunghezza di γ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\log 2 + 1$ $\boxed{\text{B}}$: $\log 2 - \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $2\log 2 + 1$ $\boxed{\text{D}}$: $\log 2 + \frac{3}{2}$

---

7. Determinare per quali valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale

$$\overrightarrow{F}(x,y) = (\alpha x(e^x + e^y) + \beta(x^2 + y^2)e^x)\,\overrightarrow{i} + (2y(e^x - e^y) + \beta(x^2 - y^2)e^y)\,\overrightarrow{j}$$

è conservativo. Per tali valori di α e β determinare il potenziale φ che vale 0 in $(0,0)$ e calcolarlo in $(2,0)$. Si ha

$\boxed{\text{A}}$: $\alpha = 2; \beta = 1; \varphi(2,0) = 4$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha = 2; \beta = 1; \varphi(2,0) = 4(1+e^2)$

$\boxed{\text{C}}$: $\alpha = 1; \beta = 2; \varphi(2,0) = 4$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha = 1; \beta = 1; \varphi(2,0) = 4e^2$

---

8. Sia

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; 0 \leq x \leq 1, \;\; x^2 \leq y \leq x\}\,.$$

L'integrale

$$\iint_T \frac{2xe^y}{y}\,dxdy$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: $2(e-2)$ $\boxed{\text{B}}$: $(2-e)$ $\boxed{\text{C}}$: $(e-2)$ $\boxed{\text{D}}$: $2(e-1)$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_0^2 \frac{\log(x^2+2x+2)}{(x+1)^2}\,dx$$
vale

$\boxed{A}$: $\log 2 - \frac{\log 10}{5} + 2\arctan 5 - \frac{\pi}{2}$ $\boxed{B}$: $\log 2 - \frac{\log 10}{3} + 2\arctan 3 - \frac{\pi}{2}$
$\boxed{C}$: $\log 2 - \frac{\log 10}{3} + 2\arctan 5 - \frac{\pi}{2}$ $\boxed{D}$: $\log 2 - \frac{\log 10}{5} + 2\arctan 3 - \frac{\pi}{2}$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' + y = \sin x \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = \frac{5}{2}\,. \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(\pi/2)$ vale

$\boxed{A}$: 2 $\boxed{B}$: 3 $\boxed{C}$: 5 $\boxed{D}$: 1

3. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)^{\alpha-2}\log(x^2+y^2) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha > 2$ (b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq \frac{5}{2}$ (c) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ per ogni $\alpha > \frac{5}{2}$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq \frac{5}{2}$ (e) f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq 2$

le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (d)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 3\,xy^2 + 6$. Allora f ammette

   $\boxed{\text{A}}$: un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{B}}$: un punto di minimo relativo, un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{C}}$: un punto di minimo relativo, un punto di massimo relativo e un punto di sella $\boxed{\text{D}}$: un punto di minimo relativo e due punti di sella

---

5. Sia T l'insieme definito da $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, -1 \leq x \leq 1\,; 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$ e sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $g(x,y) = x^2(y + \frac{1}{5})$. Detti $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$ si ha

   $\boxed{\text{A}}$: $m = 0$ e $M = \left(\frac{3}{5}\right)^2$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 0$ e $M = \frac{1}{5}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = \frac{1}{5}$ e $M = \left(\frac{3}{5}\right)^2$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -\frac{1}{5}$ e $M = 0$

---

6. Sia $\gamma : [1,3] \to \mathbb{R}^3$ la curva di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (\log t, t^2/2, \sqrt{2}\,t)$, $t \in [1,3]$. Allora la lunghezza di γ vale

   $\boxed{\text{A}}$: $\log 3 + 3$ $\boxed{\text{B}}$: $\log 3 + 4$ $\boxed{\text{C}}$: $\log 3 - 4$ $\boxed{\text{D}}$: $2\log 3 + 3$

---

7. Determinare per quali valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale

   $$\overrightarrow{F}(x,y) = (\alpha x(e^x + e^y) + \beta(x^2 + y^2)e^x)\,\overrightarrow{i} + (2y(e^x - e^y) + \beta(x^2 - y^2)e^y)\,\overrightarrow{j}$$

   è conservativo. Per tali valori di α e β determinare il potenziale φ che vale 0 in $(0,0)$ e calcolarlo in $(3,0)$. Si ha

   $\boxed{\text{A}}$: $\alpha = 2; \beta = 1; \varphi(3,0) = 9$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha = 1; \beta = 2; \varphi(3,0) = 9$
   $\boxed{\text{C}}$: $\alpha = 2; \beta = 1; \varphi(3,0) = 9(1 + e^3)$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha = 1; \beta = 1; \varphi(3,0) = 9e^3$

---

8. Sia

   $$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 0 \leq x \leq 1, \ \ x^2 \leq y \leq x\}\,.$$

   L'integrale

   $$\iint_T \frac{4xe^y}{y}\,dxdy$$

   vale

   $\boxed{\text{A}}$: $2(e-2)$ $\boxed{\text{B}}$: $4(e-2)$ $\boxed{\text{C}}$: $2(2-e)$ $\boxed{\text{D}}$: $4(e-1)$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_0^3 \frac{\log(x^2+2x+2)}{(x+1)^2}\,dx$$
vale

$\boxed{\text{A}}$: $\log 2 - \frac{\log 17}{4} + 2\arctan 4 - \frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\log 2 - \frac{\log 17}{7} + 2\arctan 7 - \frac{\pi}{2}$

$\boxed{\text{C}}$: $\log 2 - \frac{\log 17}{4} + 2\arctan 7 - \frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\log 2 - \frac{\log 17}{7} + 2\arctan 4 - \frac{\pi}{2}$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' + y = \sin x \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = \frac{7}{2}\,. \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(\pi/2)$ vale

$\boxed{\text{A}}$: 3 $\boxed{\text{B}}$: 7 $\boxed{\text{C}}$: 4 $\boxed{\text{D}}$: 2

3. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)^{\alpha-3}\log(x^2+y^2) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha > 3$ (b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq \frac{7}{2}$ (c) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ per ogni $\alpha > \frac{7}{2}$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq \frac{7}{2}$ (e) f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq 3$

le uniche corrette sono

$\boxed{A}$: (a), (b), (c), (e) $\boxed{B}$: (a), (d), (e) $\boxed{C}$: (a), (c) $\boxed{D}$: (a), (c), (d)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 4\,xy^2 + 9$. Allora f ammette

$\boxed{A}$: un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{B}$: un punto di minimo relativo e due punti di sella $\boxed{C}$: un punto di minimo relativo, un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{D}$: un punto di minimo relativo, un punto di massimo relativo e un punto di sella

---

5. Sia T l'insieme definito da $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, -1 \leq x \leq 1\,; 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$ e sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $g(x,y) = x^2(y + \frac{1}{7})$. Detti $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$ si ha

$\boxed{A}$: $m = 0$ e $M = \frac{1}{7}$ $\boxed{B}$: $m = \frac{1}{7}$ e $M = \left(\frac{4}{7}\right)^2$ $\boxed{C}$: $m = -\frac{1}{7}$ e $M = 0$ $\boxed{D}$: $m = 0$ e $M = \left(\frac{4}{7}\right)^2$

---

6. Sia $\gamma : [1,4] \to \mathbb{R}^3$ la curva di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (\log t, t^2/2, \sqrt{2}\,t)$, $t \in [1,4]$. Allora la lunghezza di γ vale

$\boxed{A}$: $\log 4 + 6$ $\boxed{B}$: $\log 4 + \frac{15}{2}$ $\boxed{C}$: $\log 4 - \frac{15}{2}$ $\boxed{D}$: $2\log 4 + 6$

---

7. Determinare per quali valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale

$$\overrightarrow{F}(x,y) = (\alpha x(e^x + e^y) + \beta(x^2 + y^2)e^x)\,\overrightarrow{i} + (2y(e^x - e^y) + \beta(x^2 - y^2)e^y)\,\overrightarrow{j}$$

è conservativo. Per tali valori di α e β determinare il potenziale φ che vale 0 in $(0,0)$ e calcolarlo in $(4,0)$. Si ha

$\boxed{A}$: $\alpha = 2; \beta = 1; \varphi(4,0) = 16(1 + e^4)$ $\boxed{B}$: $\alpha = 2; \beta = 1; \varphi(4,0) = 16$
$\boxed{C}$: $\alpha = 1; \beta = 2; \varphi(4,0) = 16$ $\boxed{D}$: $\alpha = 1; \beta = 1; \varphi(4,0) = 16e^4$

---

8. Sia

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; 0 \leq x \leq 1, \; x^2 \leq y \leq x\}\,.$$

L'integrale

$$\iint_T \frac{6xe^y}{y}\,dxdy$$

vale

$\boxed{A}$: $6(e-2)$ $\boxed{B}$: $3(2-e)$ $\boxed{C}$: $6(e-1)$ $\boxed{D}$: $3(e-2)$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_0^4 \frac{\log(x^2+2x+2)}{(x+1)^2}\,dx$$
vale

$\boxed{A}$: $\log 2 - \frac{\log 26}{9} + 2\arctan 5 - \frac{\pi}{2}$ $\boxed{B}$: $\log 2 - \frac{\log 26}{5} + 2\arctan 9 - \frac{\pi}{2}$
$\boxed{C}$: $\log 2 - \frac{\log 26}{5} + 2\arctan 5 - \frac{\pi}{2}$ $\boxed{D}$: $\log 2 - \frac{\log 26}{9} + 2\arctan 9 - \frac{\pi}{2}$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' + y = \sin x \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = \frac{9}{2}\,. \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(\pi/2)$ vale

$\boxed{A}$: 4 $\boxed{B}$: 9 $\boxed{C}$: 5 $\boxed{D}$: 3

3. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)^{\alpha-4}\log(x^2+y^2) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha > 4$ (b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq \frac{9}{2}$ (c) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ per ogni $\alpha > \frac{9}{2}$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq \frac{9}{2}$ (e) f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq 4$

le uniche corrette sono

$\boxed{A}$: (a), (b), (c), (e) $\boxed{B}$: (a), (d), (e) $\boxed{C}$: (a), (c), (d) $\boxed{D}$: (a), (c)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 5\,xy^2 + 12$. Allora f ammette

$\boxed{A}$: un punto di minimo relativo e due punti di sella $\boxed{B}$: un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{C}$: un punto di minimo relativo, un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{D}$: un punto di minimo relativo, un punto di massimo relativo e un punto di sella

---

5. Sia T l'insieme definito da $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, -1 \leq x \leq 1\,; 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$ e sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $g(x,y) = x^2(y + \frac{1}{9})$. Detti $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$ si ha

$\boxed{A}$: $m = 0$ e $M = \frac{1}{9}$ $\boxed{B}$: $m = 0$ e $M = \left(\frac{5}{9}\right)^2$ $\boxed{C}$: $m = \frac{1}{9}$ e $M = \left(\frac{5}{9}\right)^2$ $\boxed{D}$: $m = -\frac{1}{9}$ e $M = 0$

---

6. Sia $\gamma : [1,5] \to \mathbb{R}^3$ la curva di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (\log t, t^2/2, \sqrt{2}\,t)$, $t \in [1,5]$. Allora la lunghezza di γ vale

$\boxed{A}$: $\log 5 + 10$ $\boxed{B}$: $\log 5 - 12$ $\boxed{C}$: $2\log 5 + 10$ $\boxed{D}$: $\log 5 + 12$

---

7. Determinare per quali valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale

$$\overrightarrow{F}(x,y) = (\alpha x(e^x + e^y) + \beta(x^2 + y^2)e^x)\,\overrightarrow{i} + (2y(e^x - e^y) + \beta(x^2 - y^2)e^y)\,\overrightarrow{j}$$

è conservativo. Per tali valori di α e β determinare il potenziale φ che vale 0 in $(0,0)$ e calcolarlo in $(5,0)$. Si ha

$\boxed{A}$: $\alpha = 2; \beta = 1; \varphi(5,0) = 25$ $\boxed{B}$: $\alpha = 1; \beta = 2; \varphi(5,0) = 25$

$\boxed{C}$: $\alpha = 2; \beta = 1; \varphi(5,0) = 25(1 + e^5)$ $\boxed{D}$: $\alpha = 1; \beta = 1; \varphi(5,0) = 25e^5$

---

8. Sia

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 0 \leq x \leq 1,\ \ x^2 \leq y \leq x\}\,.$$

L'integrale

$$\iint_T \frac{8xe^y}{y}\,dxdy$$

vale

$\boxed{A}$: $4(e-2)$ $\boxed{B}$: $8(e-2)$ $\boxed{C}$: $4(2-e)$ $\boxed{D}$: $8(e-1)$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_0^5 \frac{\log(x^2+2x+2)}{(x+1)^2}\,dx$$
vale

$\boxed{A}$: $\log 2 - \frac{\log 37}{11} + 2\arctan 6 - \frac{\pi}{2}$ $\boxed{B}$: $\log 2 - \frac{\log 37}{6} + 2\arctan 6 - \frac{\pi}{2}$
$\boxed{C}$: $\log 2 - \frac{\log 37}{6} + 2\arctan 11 - \frac{\pi}{2}$ $\boxed{D}$: $\log 2 - \frac{\log 37}{11} + 2\arctan 11 - \frac{\pi}{2}$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' + y = \sin x \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = \frac{11}{2}\,. \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(\pi/2)$ vale

$\boxed{A}$: 5 $\boxed{B}$: 11 $\boxed{C}$: 4 $\boxed{D}$: 6

3. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)^{\alpha-5}\log(x^2+y^2) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha > 5$ (b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq \frac{11}{2}$ (c) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ per ogni $\alpha > \frac{11}{2}$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq \frac{11}{2}$ (e) f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq 5$

le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 6\,xy^2 + 15$. Allora f ammette

$\boxed{\text{A}}$: un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{B}}$: un punto di minimo relativo, un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{C}}$: un punto di minimo relativo e due punti di sella $\boxed{\text{D}}$: un punto di minimo relativo, un punto di massimo relativo e un punto di sella

---

5. Sia T l'insieme definito da $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \, : \, -1 \leq x \leq 1\,; 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$ e sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $g(x,y) = x^2(y + \frac{1}{11})$. Detti $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$ si ha

$\boxed{\text{A}}$: $m = 0$ e $M = \left(\frac{6}{11}\right)^2$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 0$ e $M = \frac{1}{11}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = \frac{1}{11}$ e $M = \left(\frac{6}{11}\right)^2$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -\frac{1}{11}$ e $M = 0$

---

6. Sia $\gamma : [1,6] \to \mathbb{R}^3$ la curva di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (\log t, t^2/2, \sqrt{2}\,t)$, $t \in [1,6]$. Allora la lunghezza di γ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\log 6 + 15$ $\boxed{\text{B}}$: $\log 6 - \frac{35}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\log 6 + \frac{35}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $2\log 6 + 15$

---

7. Determinare per quali valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale

$$\overrightarrow{F}(x,y) = (\alpha x(e^x + e^y) + \beta(x^2 + y^2)e^x)\,\overrightarrow{i} + (2y(e^x - e^y) + \beta(x^2 - y^2)e^y)\,\overrightarrow{j}$$

è conservativo. Per tali valori di α e β determinare il potenziale φ che vale 0 in $(0,0)$ e calcolarlo in $(6,0)$. Si ha

$\boxed{\text{A}}$: $\alpha = 2; \beta = 1; \varphi(6,0) = 36(1 + e^6)$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha = 2; \beta = 1; \varphi(6,0) = 36$

$\boxed{\text{C}}$: $\alpha = 1; \beta = 2; \varphi(6,0) = 36$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha = 1; \beta = 1; \varphi(6,0) = 36e^6$

---

8. Sia

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 0 \leq x \leq 1, \ \ x^2 \leq y \leq x\}\,.$$

L'integrale

$$\iint_T \frac{10xe^y}{y}\,dxdy$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: $10(e-2)$ $\boxed{\text{B}}$: $5(2-e)$ $\boxed{\text{C}}$: $10(e-1)$ $\boxed{\text{D}}$: $5(e-2)$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^6 \frac{\log(x^2+2x+2)}{(x+1)^2}\,dx$$

vale

$\boxed{A}$: $\log 2 - \frac{\log 50}{7} + 2\arctan 7 - \frac{\pi}{2}$ $\boxed{B}$: $\log 2 - \frac{\log 50}{13} + 2\arctan 13 - \frac{\pi}{2}$
$\boxed{C}$: $\log 2 - \frac{\log 50}{7} + 2\arctan 13 - \frac{\pi}{2}$ $\boxed{D}$: $\log 2 - \frac{\log 50}{13} + 2\arctan 7 - \frac{\pi}{2}$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = \sin x \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = \frac{13}{2}\,. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\pi/2)$ vale

$\boxed{A}$: 6 $\boxed{B}$: 13 $\boxed{C}$: 7 $\boxed{D}$: 5

3. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)^{\alpha-6}\log(x^2+y^2) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha > 6$ (b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq \frac{13}{2}$ (c) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ per ogni $\alpha > \frac{13}{2}$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq \frac{13}{2}$ (e) f è continua in $(0,0)$ per ogni $\alpha \geq 6$

le uniche corrette sono

$\boxed{A}$: (a), (b), (c), (e) $\boxed{B}$: (a), (c) $\boxed{C}$: (a), (d), (e) $\boxed{D}$: (a), (c), (d)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 7\,xy^2 + 18$. Allora f ammette

$\boxed{A}$: un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{B}$: un punto di minimo relativo, un punto di massimo relativo e due punti di sella $\boxed{C}$: un punto di minimo relativo, un punto di massimo relativo e un punto di sella $\boxed{D}$: un punto di minimo relativo e due punti di sella

---

5. Sia T l'insieme definito da $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; -1 \leq x \leq 1\,; 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$ e sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $g(x,y) = x^2(y + \frac{1}{13})$. Detti $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$ si ha

$\boxed{A}$: $m = 0$ e $M = \left(\frac{7}{13}\right)^2$ $\boxed{B}$: $m = 0$ e $M = \frac{1}{13}$ $\boxed{C}$: $m = \frac{1}{13}$ e $M = \left(\frac{7}{13}\right)^2$ $\boxed{D}$: $m = -\frac{1}{13}$ e $M = 0$

---

6. Sia $\gamma : [1,7] \to \mathbb{R}^3$ la curva di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (\log t, t^2/2, \sqrt{2}\,t)$, $t \in [1,7]$. Allora la lunghezza di γ vale

$\boxed{A}$: $\log 7 + 21$ $\boxed{B}$: $\log 7 + 24$ $\boxed{C}$: $\log 7 - 24$ $\boxed{D}$: $2\log 7 + 21$

---

7. Determinare per quali valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale

$$\overrightarrow{F}(x,y) = (\alpha x(e^x + e^y) + \beta(x^2 + y^2)e^x)\,\overrightarrow{i} + (2y(e^x - e^y) + \beta(x^2 - y^2)e^y)\,\overrightarrow{j}$$

è conservativo. Per tali valori di α e β determinare il potenziale φ che vale 0 in $(0,0)$ e calcolarlo in $(7,0)$. Si ha

$\boxed{A}$: $\alpha = 2; \beta = 1; \varphi(7,0) = 49$ $\boxed{B}$: $\alpha = 2; \beta = 1; \varphi(7,0) = 49(1 + e^7)$

$\boxed{C}$: $\alpha = 1; \beta = 2; \varphi(7,0) = 49$ $\boxed{D}$: $\alpha = 1; \beta = 1; \varphi(7,0) = 49e^7$

---

8. Sia

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\; 0 \leq x \leq 1, \;\; x^2 \leq y \leq x\}\,.$$

L'integrale

$$\iint_T \frac{12xe^y}{y}\,dxdy$$

vale

$\boxed{A}$: $12(e-2)$ $\boxed{B}$: $6(2-e)$ $\boxed{C}$: $12(e-1)$ $\boxed{D}$: $6(e-2)$
