

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^2 \frac{e^x(e^{2x} - 2e^x + 1)}{e^x - e^{-x}} dx$$

vale

- A  $\frac{1}{2}e^4 - 2e^2 + 2\log(1 + e^2)$    
 B  $\frac{1}{2}e^4 - 2e^2 + \frac{3}{2} + 2\log(\frac{1+e^2}{2})$   
 C  $\frac{1}{2}e^4 - 2e^2 + \frac{1}{2} - 2\log(1 + e^2)$    
 D  $\frac{1}{2}e^4 + 2e^2 + 2\log(\frac{1+e^2}{2})$

2. Sia  $\tilde{y}$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = \sin(2x), \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Allora  $\tilde{y}(\frac{\pi}{4})$  vale

- A  $\frac{\sqrt{2}-1}{3} + \frac{1}{\sqrt{2}}$    
 B  $\frac{\sqrt{2}-1}{3} - \frac{1}{\sqrt{2}}$    
 C  $\frac{\sqrt{2}+1}{3} + \frac{1}{\sqrt{2}}$    
 D  $\frac{\sqrt{2}+1}{3} - \frac{1}{\sqrt{2}}$

3. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{xy^2} - 1}{x^2 + 7y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a)  $f$  è continua in  $(0,0)$ , (b)  $f$  è differenziabile in  $(0,0)$ ,

(c)  $f$  ammette le derivate parziali in  $(0,0)$ , (d)  $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$ , le uniche corrette sono

A (a), (b), (c)  B (a), (b), (c), (d)  C (a)  D (a), (c)

---

4. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$  e sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da

$$f(x, y) := \arctan\left(\frac{x^2}{3}\right) + y^3 + 2\alpha y^2 + 9y + 1.$$

Allora  $f(x, y)$  NON ha punti stazionari se e solo se

A  $|\alpha| > \frac{3\sqrt{3}}{2}$   B  $|\alpha| < \frac{3\sqrt{3}}{2}$   C  $\alpha < \frac{3\sqrt{3}}{2}$   D  $\alpha = 0$

---

5. Sia  $T$  il triangolo di vertici  $(0,0)$ ,  $(1,2)$ ,  $(1,0)$  e sia  $f(x, y) = xy - y^2$ . Detti  $m$  e  $M$  il minimo e il massimo di  $f$  su  $T$  si ha

A  $m = -4$ ,  $M = \frac{1}{4}$   B  $m = 0$ ,  $M = \frac{1}{4}$   C  $m = -2$ ,  $M = \frac{1}{4}$   D  $m = 0$ ,  $M = \frac{1}{2}$

---

6. Sia  $\Gamma$  la curva di rappresentazione parametrica

$$\gamma(t) = \left( \frac{t^3}{3} + 2t, \frac{t^3}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}t, \sqrt{6}t^2 \right), \quad t \in [0, \sqrt{3}];$$

la sua lunghezza vale

A  $6\sqrt{3}$   B  $3\sqrt{3}$   C  $\sqrt{3}$   D 3

---

7. Sia  $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definito da

$$\vec{F}(x, y) = \left( \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \frac{y^2}{2} + x e^x, \frac{xy}{1+x^2} \right),$$

e sia  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  il potenziale di  $\vec{F}$  tale che  $\varphi(0,0) = -1$ . Allora  $\varphi(2,0)$  vale

A  $2e^2$   B 0  C  $e^2$   D  $3e^2$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} x e^{|y-x^2|} dx dy$$

dove

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \sqrt{2}, 0 \leq y \leq 2\}$$

vale

A  $e^2$   B  $e^2 - 3$   C 3  D  $e^2 + 3$

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^3 \frac{e^x(e^{2x} - 2e^x + 1)}{e^x - e^{-x}} dx$$

vale

- A  $\frac{1}{2}e^6 - 2e^3 + 2\log(1 + e^3)$    
 B  $\frac{1}{2}e^6 - 2e^3 + \frac{3}{2} + 2\log(\frac{1+e^3}{2})$   
 C  $\frac{1}{2}e^6 - 2e^3 + \frac{1}{2} - 2\log(1 + e^3)$    
 D  $\frac{1}{2}e^6 + 2e^3 + 2\log(\frac{1+e^3}{2})$

2. Sia  $\tilde{y}$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = \sin(2x), \\ y(0) = 2, \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Allora  $\tilde{y}(\frac{\pi}{4})$  vale

- A  $\frac{\sqrt{2}+1}{3} - \frac{2}{\sqrt{2}}$    
 B  $\frac{\sqrt{2}+1}{3} + \frac{2}{\sqrt{2}}$    
 C  $\frac{\sqrt{2}-1}{3} - \frac{2}{\sqrt{2}}$    
 D  $\frac{\sqrt{2}-1}{3} + \frac{2}{\sqrt{2}}$

3. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{xy^2} - 1}{x^2 + 6y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

- (a)  $f$  è continua in  $(0, 0)$ , (b)  $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$ ,  
(c)  $f$  ammette le derivate parziali in  $(0, 0)$ , (d)  $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$ , le uniche corrette sono  
 A (a), (b), (c)  B (a), (b), (c), (d)  C (a), (c)  D (a)
- 

4. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$  e sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da

$$f(x, y) := \arctan\left(\frac{x^2}{5}\right) + y^3 + 2\alpha y^2 + 25y + 1.$$

Allora  $f(x, y)$  NON ha punti stazionari se e solo se

- A  $|\alpha| > \frac{5\sqrt{3}}{2}$   B  $|\alpha| < \frac{5\sqrt{3}}{2}$   C  $\alpha < \frac{5\sqrt{3}}{2}$   D  $\alpha = 0$
- 

5. Sia  $T$  il triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(1, 0)$  e sia  $f(x, y) = xy - y^2$ . Detti  $m$  e  $M$  il minimo e il massimo di  $f$  su  $T$  si ha

- A  $m = -9$ ,  $M = \frac{1}{4}$   B  $m = -6$ ,  $M = \frac{1}{4}$   C  $m = 0$ ,  $M = \frac{1}{4}$   D  $m = 0$ ,  $M = \frac{1}{2}$
- 

6. Sia  $\Gamma$  la curva di rappresentazione parametrica

$$\gamma(t) = \left(\frac{t^3}{3} + 3t, \frac{t^3}{\sqrt{3}} - 3\sqrt{3}t, \sqrt{9}t^2\right), \quad t \in [0, \sqrt{3}];$$

la sua lunghezza vale

- A  $5\sqrt{3}$   B  $\sqrt{3}$   C  $8\sqrt{3}$   D 5
- 

7. Sia  $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definito da

$$\vec{F}(x, y) = \left(\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \frac{y^2}{2} + x e^x, \frac{xy}{1+x^2}\right),$$

e sia  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  il potenziale di  $\vec{F}$  tale che  $\varphi(0, 0) = -1$ . Allora  $\varphi(3, 0)$  vale

- A  $2e^3$   B  $3e^3$   C 0  D  $e^3$
- 

8. L'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} x e^{|y-x^2|} dx dy$$

dove

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \sqrt{3}, 0 \leq y \leq 3\}$$

vale

- A  $e^3$   B 4  C  $e^3 + 4$   D  $e^3 - 4$
-

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^4 \frac{e^x(e^{2x} - 2e^x + 1)}{e^x - e^{-x}} dx$$

vale

- A  $\frac{1}{2}e^8 - 2e^4 + 2 \log(1 + e^4)$    
 B  $\frac{1}{2}e^8 - 2e^4 + \frac{1}{2} - 2 \log(1 + e^4)$   
 C  $\frac{1}{2}e^8 + 2e^4 + 2 \log(\frac{1+e^4}{2})$    
 D  $\frac{1}{2}e^8 - 2e^4 + \frac{3}{2} + 2 \log(\frac{1+e^4}{2})$

2. Sia  $\tilde{y}$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = \sin(2x), \\ y(0) = 3, \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Allora  $\tilde{y}(\frac{\pi}{4})$  vale

- A  $\frac{\sqrt{2}-1}{3} - \frac{3}{\sqrt{2}}$    
 B  $\frac{\sqrt{2}+1}{3} + \frac{3}{\sqrt{2}}$    
 C  $\frac{\sqrt{2}-1}{3} + \frac{3}{\sqrt{2}}$    
 D  $\frac{\sqrt{2}+1}{3} - \frac{3}{\sqrt{2}}$

3. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{xy^2} - 1}{x^2 + 5y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a)  $f$  è continua in  $(0,0)$ , (b)  $f$  è differenziabile in  $(0,0)$ ,

(c)  $f$  ammette le derivate parziali in  $(0,0)$ , (d)  $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$ , le uniche corrette sono

- A (a), (b), (c)    B (a), (b), (c), (d)    C (a), (c)    D (a)
- 

4. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$  e sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da

$$f(x, y) := \arctan\left(\frac{x^2}{7}\right) + y^3 + 2\alpha y^2 + 49y + 1.$$

Allora  $f(x, y)$  NON ha punti stazionari se e solo se

- A  $|\alpha| > \frac{7\sqrt{3}}{2}$     B  $|\alpha| < \frac{7\sqrt{3}}{2}$     C  $\alpha < \frac{7\sqrt{3}}{2}$     D  $\alpha = 0$
- 

5. Sia  $T$  il triangolo di vertici  $(0,0)$ ,  $(1,4)$ ,  $(1,0)$  e sia  $f(x, y) = xy - y^2$ . Detti  $m$  e  $M$  il minimo e il massimo di  $f$  su  $T$  si ha

- A  $m = -16$ ,  $M = \frac{1}{4}$     B  $m = -12$ ,  $M = \frac{1}{4}$     C  $m = 0$ ,  $M = \frac{1}{4}$     D  $m = 0$ ,  $M = \frac{1}{2}$
- 

6. Sia  $\Gamma$  la curva di rappresentazione parametrica

$$\gamma(t) = \left( \frac{t^3}{3} + 4t, \frac{t^3}{\sqrt{3}} - 4\sqrt{3}t, \sqrt{12}t^2 \right), \quad t \in [0, \sqrt{3}];$$

la sua lunghezza vale

- A  $10\sqrt{3}$     B  $7\sqrt{3}$     C  $\sqrt{3}$     D 7
- 

7. Sia  $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definito da

$$\vec{F}(x, y) = \left( \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \frac{y^2}{2} + x e^x, \frac{xy}{1+x^2} \right),$$

e sia  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  il potenziale di  $\vec{F}$  tale che  $\varphi(0,0) = -1$ . Allora  $\varphi(4,0)$  vale

- A  $4e^4$     B 0    C  $e^4$     D  $3e^4$
- 

8. L'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} x e^{|y-x^2|} dx dy$$

dove

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \sqrt{4}, 0 \leq y \leq 4\}$$

vale

- A  $e^4 - 5$     B  $e^4$     C 5    D  $e^4 + 5$
-

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

### Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^5 \frac{e^x(e^{2x} - 2e^x + 1)}{e^x - e^{-x}} dx$$

vale

- A  $\frac{1}{2}e^{10} - 2e^5 + 2\log(1 + e^5)$ 
 B  $\frac{1}{2}e^{10} - 2e^5 + \frac{3}{2} + 2\log(\frac{1+e^5}{2})$   
 C  $\frac{1}{2}e^{10} - 2e^5 + \frac{1}{2} - 2\log(1 + e^5)$ 
 D  $\frac{1}{2}e^{10} + 2e^5 + 2\log(\frac{1+e^5}{2})$

2. Sia  $\tilde{y}$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = \sin(2x), \\ y(0) = 4, \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Allora  $\tilde{y}(\frac{\pi}{4})$  vale

- A  $\frac{\sqrt{2}+1}{3} - \frac{4}{\sqrt{2}}$ 
 B  $\frac{\sqrt{2}+1}{3} + \frac{4}{\sqrt{2}}$ 
 C  $\frac{\sqrt{2}-1}{3} - \frac{4}{\sqrt{2}}$ 
 D  $\frac{\sqrt{2}-1}{3} + \frac{4}{\sqrt{2}}$

3. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{xy^2} - 1}{x^2 + 4y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

- (a)  $f$  è continua in  $(0,0)$ , (b)  $f$  è differenziabile in  $(0,0)$ ,  
(c)  $f$  ammette le derivate parziali in  $(0,0)$ , (d)  $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$ , le uniche corrette sono  
 A (a), (b), (c)  B (a), (b), (c), (d)  C (a), (c)  D (a)
- 

4. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$  e sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da

$$f(x, y) := \arctan\left(\frac{x^2}{9}\right) + y^3 + 2\alpha y^2 + 81y + 1.$$

Allora  $f(x, y)$  NON ha punti stazionari se e solo se

- A  $|\alpha| > \frac{9\sqrt{3}}{2}$   B  $\alpha < \frac{9\sqrt{3}}{2}$   C  $\alpha = 0$   D  $|\alpha| < \frac{9\sqrt{3}}{2}$
- 

5. Sia  $T$  il triangolo di vertici  $(0,0)$ ,  $(1,5)$ ,  $(1,0)$  e sia  $f(x, y) = xy - y^2$ . Detti  $m$  e  $M$  il minimo e il massimo di  $f$  su  $T$  si ha

- A  $m = -25$ ,  $M = \frac{1}{4}$   B  $m = -20$ ,  $M = \frac{1}{4}$   C  $m = 0$ ,  $M = \frac{1}{4}$   D  $m = 0$ ,  $M = \frac{1}{2}$
- 

6. Sia  $\Gamma$  la curva di rappresentazione parametrica

$$\gamma(t) = \left(\frac{t^3}{3} + 5t, \frac{t^3}{\sqrt{3}} - 5\sqrt{3}t, \sqrt{15}t^2\right), \quad t \in [0, \sqrt{3}];$$

la sua lunghezza vale

- A  $12\sqrt{3}$   B  $9\sqrt{3}$   C  $\sqrt{3}$   D 9
- 

7. Sia  $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definito da

$$\vec{F}(x, y) = \left(\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \frac{y^2}{2} + x e^x, \frac{xy}{1+x^2}\right),$$

e sia  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  il potenziale di  $\vec{F}$  tale che  $\varphi(0,0) = -1$ . Allora  $\varphi(5,0)$  vale

- A  $5e^5$   B  $4e^5$   C 0  D  $e^5$
- 

8. L'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} x e^{|y-x^2|} dx dy$$

dove

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \sqrt{5}, 0 \leq y \leq 5\}$$

vale

- A  $e^5 - 6$   B  $e^5$   C 6  D  $e^5 + 6$
-



Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^6 \frac{e^x(e^{2x} - 2e^x + 1)}{e^x - e^{-x}} dx$$

vale

- A  $\frac{1}{2}e^{12} - 2e^6 + 2\log(1 + e^6)$ 
 B  $\frac{1}{2}e^{12} - 2e^6 + \frac{1}{2} - 2\log(1 + e^6)$   
 C  $\frac{1}{2}e^{12} - 2e^6 + \frac{3}{2} + 2\log(\frac{1+e^6}{2})$ 
 D  $\frac{1}{2}e^{12} + 2e^6 + 2\log(\frac{1+e^6}{2})$

2. Sia  $\tilde{y}$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = \sin(2x), \\ y(0) = 5, \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Allora  $\tilde{y}(\frac{\pi}{4})$  vale

- A  $\frac{\sqrt{2}-1}{3} + \frac{5}{\sqrt{2}}$ 
 B  $\frac{\sqrt{2}-1}{3} - \frac{5}{\sqrt{2}}$ 
 C  $\frac{\sqrt{2}+1}{3} + \frac{5}{\sqrt{2}}$ 
 D  $\frac{\sqrt{2}+1}{3} - \frac{5}{\sqrt{2}}$

3. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{xy^2} - 1}{x^2 + 3y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

- (a)  $f$  è continua in  $(0,0)$ , (b)  $f$  è differenziabile in  $(0,0)$ ,  
(c)  $f$  ammette le derivate parziali in  $(0,0)$ , (d)  $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$ , le uniche corrette sono  
 A (a), (b), (c)  B (a), (c)  C (a), (b), (c), (d)  D (a)
- 

4. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$  e sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da

$$f(x, y) := \arctan\left(\frac{x^2}{11}\right) + y^3 + 2\alpha y^2 + 121y + 1.$$

Allora  $f(x, y)$  NON ha punti stazionari se e solo se

- A  $|\alpha| > \frac{11\sqrt{3}}{2}$   B  $\alpha < \frac{11\sqrt{3}}{2}$   C  $\alpha = 0$   D  $|\alpha| < \frac{11\sqrt{3}}{2}$
- 

5. Sia  $T$  il triangolo di vertici  $(0,0)$ ,  $(1,6)$ ,  $(1,0)$  e sia  $f(x, y) = xy - y^2$ . Detti  $m$  e  $M$  il minimo e il massimo di  $f$  su  $T$  si ha

- A  $m = -36$ ,  $M = \frac{1}{4}$   B  $m = 0$ ,  $M = \frac{1}{4}$   C  $m = 0$ ,  $M = \frac{1}{2}$   D  $m = -30$ ,  $M = \frac{1}{4}$
- 

6. Sia  $\Gamma$  la curva di rappresentazione parametrica

$$\gamma(t) = \left(\frac{t^3}{3} + 6t, \frac{t^3}{\sqrt{3}} - 6\sqrt{3}t, \sqrt{18}t^2\right), \quad t \in [0, \sqrt{3}];$$

la sua lunghezza vale

- A  $11\sqrt{3}$   B  $14\sqrt{3}$   C  $\sqrt{3}$   D  $11$
- 

7. Sia  $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definito da

$$\vec{F}(x, y) = \left(\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \frac{y^2}{2} + x e^x, \frac{xy}{1+x^2}\right),$$

e sia  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  il potenziale di  $\vec{F}$  tale che  $\varphi(0,0) = -1$ . Allora  $\varphi(6,0)$  vale

- A  $5e^6$   B  $6e^6$   C  $0$   D  $e^6$
- 

8. L'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} x e^{|y-x^2|} dx dy$$

dove

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \sqrt{6}, 0 \leq y \leq 6\}$$

vale

- A  $e^6$   B  $7$   C  $e^6 - 7$   D  $e^6 + 7$
-

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^7 \frac{e^x(e^{2x} - 2e^x + 1)}{e^x - e^{-x}} dx$$

vale

- A  $\frac{1}{2}e^{14} - 2e^7 + \frac{3}{2} + 2\log(\frac{1+e^7}{2})$ 
 B  $\frac{1}{2}e^{14} - 2e^7 + 2\log(1 + e^7)$   
 C  $\frac{1}{2}e^{14} - 2e^7 + \frac{1}{2} - 2\log(1 + e^7)$ 
 D  $\frac{1}{2}e^{14} + 2e^7 + 2\log(\frac{1+e^7}{2})$

2. Sia  $\tilde{y}$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = \sin(2x), \\ y(0) = 6, \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Allora  $\tilde{y}(\frac{\pi}{4})$  vale

- A  $\frac{\sqrt{2}+1}{3} - \frac{6}{\sqrt{2}}$ 
 B  $\frac{\sqrt{2}-1}{3} + \frac{6}{\sqrt{2}}$ 
 C  $\frac{\sqrt{2}+1}{3} + \frac{6}{\sqrt{2}}$ 
 D  $\frac{\sqrt{2}-1}{3} - \frac{6}{\sqrt{2}}$

3. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{xy^2} - 1}{x^2 + 2y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a)  $f$  è continua in  $(0,0)$ , (b)  $f$  è differenziabile in  $(0,0)$ ,

(c)  $f$  ammette le derivate parziali in  $(0,0)$ , (d)  $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$ , le uniche corrette sono

- A (a), (b), (c)    B (a), (b), (c), (d)    C (a)    D (a), (c)
- 

4. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$  e sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da

$$f(x, y) := \arctan\left(\frac{x^2}{13}\right) + y^3 + 2\alpha y^2 + 169y + 1.$$

Allora  $f(x, y)$  NON ha punti stazionari se e solo se

- A  $|\alpha| > \frac{13\sqrt{3}}{2}$     B  $|\alpha| < \frac{13\sqrt{3}}{2}$     C  $\alpha < \frac{13\sqrt{3}}{2}$     D  $\alpha = 0$
- 

5. Sia  $T$  il triangolo di vertici  $(0,0)$ ,  $(1,7)$ ,  $(1,0)$  e sia  $f(x, y) = xy - y^2$ . Detti  $m$  e  $M$  il minimo e il massimo di  $f$  su  $T$  si ha

- A  $m = -42$ ,  $M = \frac{1}{4}$     B  $m = -49$ ,  $M = \frac{1}{4}$     C  $m = 0$ ,  $M = \frac{1}{4}$     D  $m = 0$ ,  $M = \frac{1}{2}$
- 

6. Sia  $\Gamma$  la curva di rappresentazione parametrica

$$\gamma(t) = \left( \frac{t^3}{3} + 7t, \frac{t^3}{\sqrt{3}} - 7\sqrt{3}t, \sqrt{21}t^2 \right), \quad t \in [0, \sqrt{3}];$$

la sua lunghezza vale

- A  $16\sqrt{3}$     B  $13\sqrt{3}$     C  $\sqrt{3}$     D  $13$
- 

7. Sia  $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definito da

$$\vec{F}(x, y) = \left( \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \frac{y^2}{2} + x e^x, \frac{xy}{1+x^2} \right),$$

e sia  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  il potenziale di  $\vec{F}$  tale che  $\varphi(0,0) = -1$ . Allora  $\varphi(7,0)$  vale

- A  $7e^7$     B  $0$     C  $6e^7$     D  $e^7$
- 

8. L'integrale doppio

$$\iint_{\Omega} x e^{|y-x^2|} dx dy$$

dove

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \sqrt{7}, 0 \leq y \leq 7\}$$

vale

- A  $e^7$     B  $8$     C  $e^7 + 8$     D  $e^7 - 8$
-