Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^1 (x^2+2x)\,\arctan x\,dx$$

vale $\boxed{A}$: $\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{12}-\frac{1}{6}-1+\frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{B}$: $\frac{\pi}{12}+\frac{1}{6}+1-\frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{C}$: $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{12}-\frac{1}{6}-1+\frac{1}{3}\log 2$ $\boxed{D}$: $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}-\frac{1}{6}-1+\frac{1}{6}\log 2$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''-4y = x\,e^{2x}, \\ y(0)=0, \\ y'(0)=1 \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\frac{1}{2})$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{1+\frac{1}{8}}{4e}\,(e^2-1)$ $\boxed{B}$: $\frac{1+\frac{1}{8}}{4\sqrt{e}}\,(e-1)$ $\boxed{C}$: $\frac{1+\frac{1}{16}}{4\sqrt{e}}\,(e-1)$ $\boxed{D}$: $\frac{1+\frac{1}{16}}{4e}\,(e^2-1)$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{\exp(\sqrt{x^2+y^2})-1}{\sqrt[3]{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f ammette il limite per $(x,y) \to (0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$ le uniche corrette sono

$\boxed{A}$: (a), (c) $\boxed{B}$: (b), (c) $\boxed{C}$: (a), (b) (c) (d) $\boxed{D}$: (a), (b)

---

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = (2y - x^2)^4 (y + x + \alpha).$$

Al variare di α, il punto $(0,0)$

Risp.: $\boxed{A}$: è minimo locale per $\alpha < 0$, massimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{B}$: è minimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{C}$: è massimo locale per $\alpha < 0$, minimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{D}$: è massimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{E}$: non è mai stazionario

---

5. Sia Q il quadrato di vertici $(-1,-1)$, $(-1,1)$, $(1,1)$ e $(1,-1)$. Data $f(x,y) = xy^2 - x^2$, detti $M = \max_Q f$ e $m = \min_Q f$, si ha

$\boxed{A}$: $m = -1$ e $M = \frac{1}{4}$ $\boxed{B}$: $m = -2$ e $M = \frac{1}{4}$ $\boxed{C}$: $m = -2$ e $M = \frac{1}{2}$
$\boxed{D}$: $m = -1$ e $M = \frac{1}{2}$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = \frac{x^2+y^2}{2+2x^2+2y^2}$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (e^t, e^t, t)$, $t \in [0,1]$, l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f$$

vale

$\boxed{A}$: $\frac{1}{2}\left(-\sqrt{1+2\,e^2} + \sqrt{3}\right)$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+2\,e^2} - \sqrt{3}\right)$
$\boxed{C}$: $\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+2\,e^2} - \sqrt{3}\right)$ $\boxed{D}$: $\frac{1}{4}\left(-\sqrt{1+2\,e^2} + \sqrt{3}\right)$

---

7. Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un campo vettoriale definito da

$$g(x,y) = \left(\log(1+x^2+y^2) + \frac{2x^2}{1+x^2+y^2}, \frac{2xy}{1+x^2+y^2}\right)$$

e sia φ il potenziale di g tale che $\varphi(0,1) = 0$. Allora $\varphi(1,0)$ vale

$\boxed{A}$: $\log 3$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{2} + \log 2$ $\boxed{C}$: $\frac{1}{2} + \log 3$ $\boxed{D}$: $\log 2$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_D |y|\, dxdy$$

dove

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, \ \ x^2 + y^2 \leq 1, \ |y| \geq 1 - x\}$$

vale

$\boxed{A}$: $\frac{1}{3}$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{2}$ $\boxed{C}$: 1 $\boxed{D}$: $\frac{1}{4}$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^1 (x^2+4x)\,\arctan x\,dx$$

vale $\boxed{A}$: $\frac{\pi}{12}+\frac{1}{6}+2-\frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{B}$: $\pi+\frac{\pi}{12}-\frac{1}{6}-2+\frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{C}$: $\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{12}-\frac{1}{6}-2+\frac{1}{3}\log 2$ $\boxed{D}$: $\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}-\frac{1}{6}-2+\frac{1}{6}\log 2$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''-4y = x\,e^{2x}, \\ y(0)=0, \\ y'(0)=2 \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\frac{1}{2})$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{2+\frac{1}{16}}{4e}(e^2-1)$ $\boxed{B}$: $\frac{2+\frac{1}{8}}{4e}(e^2-1)$ $\boxed{C}$: $\frac{2+\frac{1}{8}}{4\sqrt{e}}(e-1)$ $\boxed{D}$: $\frac{2+\frac{1}{16}}{4\sqrt{e}}(e-1)$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{\exp(2\sqrt{x^2+y^2})-1}{\sqrt[3]{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f ammette il limite per $(x,y) \to (0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$ le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b) (c) (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b)

---

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = (3y - x^2)^4 (y + x + \alpha).$$

Al variare di α, il punto $(0,0)$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: è minimo locale per $\alpha < 0$, massimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{B}}$: è massimo locale per $\alpha < 0$, minimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{C}}$: è minimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{D}}$: è massimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{E}}$: non è mai stazionario

---

5. Sia Q il quadrato di vertici $(-2,-2)$, $(-2,2)$, $(2,2)$ e $(2,-2)$. Data $f(x,y) = xy^2 - 2x^2$, detti $M = \max_Q f$ e $m = \min_Q f$, si ha

$\boxed{\text{A}}$: $m = -2^3$ e $M = \frac{2^3}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = -2^4$ e $M = 4$ $\boxed{\text{C}}$: $m = -2^3$ e $M = 4$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -2^4$ e $M = \frac{2^3}{4}$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = \frac{x^2+y^2}{2+2x^2+2y^2}$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (e^t, e^t, t)$, $t \in [0,2]$, l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+2\,e^4} - \sqrt{3}\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{2}\left(-\sqrt{1+2\,e^4} + \sqrt{3}\right)$

$\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+2\,e^4} - \sqrt{3}\right)$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{4}\left(-\sqrt{1+2\,e^4} + \sqrt{3}\right)$

---

7. Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un campo vettoriale definito da

$$g(x,y) = \left(\log(2 + x^2 + y^2) + \frac{2x^2}{2 + x^2 + y^2}, \frac{2xy}{2 + x^2 + y^2}\right)$$

e sia φ il potenziale di g tale che $\varphi(0,1) = 0$. Allora $\varphi(1,0)$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\log 4$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{3} + \log 3$ $\boxed{\text{C}}$: $\log 3$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{3} + \log 4$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_D |y|\, dxdy$$

dove

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, \;\; x^2 + y^2 \leq 4, \; |y| \geq 2 - x\}$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: 4 $\boxed{\text{B}}$: 2^3 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{2^3}{4}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{2^3}{3}$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^1 (x^2+6x)\,\arctan x\,dx$$

vale $\boxed{A}$: $\frac{\pi}{12}+\frac{1}{6}+3-\frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{B}$: $\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{12}-\frac{1}{6}-3+\frac{1}{3}\log 2$ $\boxed{C}$: $\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{6}-\frac{1}{6}-3+\frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{D}$: $\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{12}-\frac{1}{6}-3+\frac{1}{6}\log 2$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''-4y = x\,e^{2x}, \\ y(0)=0, \\ y'(0)=3 \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\frac{1}{2})$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{3+\frac{1}{8}}{4e}(e^2-1)$ $\boxed{B}$: $\frac{3+\frac{1}{8}}{4\sqrt{e}}(e-1)$ $\boxed{C}$: $\frac{3+\frac{1}{16}}{4\sqrt{e}}(e-1)$ $\boxed{D}$: $\frac{3+\frac{1}{16}}{4e}(e^2-1)$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{\exp(3\sqrt{x^2+y^2})-1}{\sqrt[3]{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f ammette il limite per $(x,y) \to (0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$ le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$: (a), (c) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b) (c) (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b)

---

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = (4y - x^2)^4 (y + x + \alpha).$$

Al variare di α, il punto $(0,0)$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: è massimo locale per $\alpha < 0$, minimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{B}}$: è minimo locale per $\alpha < 0$, massimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{C}}$: è minimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{D}}$: è massimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{E}}$: non è mai stazionario

---

5. Sia Q il quadrato di vertici $(-3,-3)$, $(-3,3)$, $(3,3)$ e $(3,-3)$. Data $f(x,y) = xy^2 - 3x^2$, detti $M = \max_Q f$ e $m = \min_Q f$, si ha

$\boxed{\text{A}}$: $m = -3^3$ e $M = \frac{3^3}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = -2 \cdot 3^3$ e $M = \frac{3^3}{2}$
$\boxed{\text{C}}$: $m = -2 \cdot 3^3$ e $M = \frac{3^3}{4}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -3^3$ e $M = \frac{3^3}{2}$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = \frac{x^2+y^2}{2+2x^2+2y^2}$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (e^t, e^t, t)$, $t \in [0,3]$, l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+2\,e^6} - \sqrt{3}\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{2}\left(-\sqrt{1+2\,e^6} + \sqrt{3}\right)$
$\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+2\,e^6} - \sqrt{3}\right)$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{4}\left(-\sqrt{1+2\,e^6} + \sqrt{3}\right)$

---

7. Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un campo vettoriale definito da

$$g(x,y) = \left(\log(3 + x^2 + y^2) + \frac{2x^2}{3 + x^2 + y^2}, \frac{2xy}{3 + x^2 + y^2}\right)$$

e sia φ il potenziale di g tale che $\varphi(0,1) = 0$. Allora $\varphi(1,0)$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\log 5$ $\boxed{\text{B}}$: $\log 4$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{4} + \log 4$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{4} + \log 5$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_D |y| \, dxdy$$

dove

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, \;\; x^2 + y^2 \leq 9, \; |y| \geq 3 - x\}$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{3^3}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: 9 $\boxed{\text{C}}$: 3^3 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3^3}{4}$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_0^1 (x^2+8x)\arctan x\,dx$$
vale $\boxed{A}$: $\frac{\pi}{12}+\frac{1}{6}+4-\frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{B}$: $\pi+\frac{\pi}{12}-\frac{1}{6}-4+\frac{1}{3}\log 2$ $\boxed{C}$: $2\pi+\frac{\pi}{12}-\frac{1}{6}-4+\frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{D}$: $\pi+\frac{\pi}{6}-\frac{1}{6}-4+\frac{1}{6}\log 2$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y''-4y=x\,e^{2x}, \\ y(0)=0, \\ y'(0)=4 \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(\frac{1}{2})$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{4+\frac{1}{8}}{4e}(e^2-1)$ $\boxed{B}$: $\frac{4+\frac{1}{8}}{4\sqrt{e}}(e-1)$ $\boxed{C}$: $\frac{4+\frac{1}{16}}{4e}(e^2-1)$ $\boxed{D}$: $\frac{4+\frac{1}{16}}{4\sqrt{e}}(e-1)$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{\exp(4\sqrt{x^2+y^2})-1}{\sqrt[3]{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f ammette il limite per $(x,y) \to (0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$ le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b) (c) (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c)

---

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = (5y - x^2)^4 (y + x + \alpha).$$

Al variare di α, il punto $(0,0)$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: è massimo locale per $\alpha < 0$, minimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{B}}$: è minimo locale per $\alpha < 0$, massimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{C}}$: è minimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{D}}$: è massimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{E}}$: non è mai stazionario

---

5. Sia Q il quadrato di vertici $(-4,-4)$, $(-4,4)$, $(4,4)$ e $(4,-4)$. Data $f(x,y) = xy^2 - 4x^2$, detti $M = \max_Q f$ e $m = \min_Q f$, si ha

$\boxed{\text{A}}$: $m = -2 \cdot 4^3$ e $M = 16$ $\boxed{\text{B}}$: $m = -4^3$ e $M = 16$
$\boxed{\text{C}}$: $m = -2 \cdot 4^3$ e $M = \frac{4^3}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -4^3$ e $M = \frac{4^3}{2}$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = \frac{x^2+y^2}{2+2x^2+2y^2}$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (e^t, e^t, t)$, $t \in [0,4]$, l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{2}\left(-\sqrt{1+2\,e^8} + \sqrt{3}\right)$
$\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+2\,e^8} - \sqrt{3}\right)$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+2\,e^8} - \sqrt{3}\right)$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{4}\left(-\sqrt{1+2\,e^8} + \sqrt{3}\right)$

---

7. Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un campo vettoriale definito da

$$g(x,y) = \left(\log(4 + x^2 + y^2) + \frac{2x^2}{4 + x^2 + y^2}, \frac{2xy}{4 + x^2 + y^2}\right)$$

e sia φ il potenziale di g tale che $\varphi(0,1) = 0$. Allora $\varphi(1,0)$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\log 6$ $\boxed{\text{B}}$: $\log 5$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{5} + \log 5$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{5} + \log 6$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_D |y|\, dxdy$$

dove

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, \;\; x^2 + y^2 \leq 16, \; |y| \geq 4 - x\}$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{4^3}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{4^3}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: 4^3 $\boxed{\text{D}}$: 16

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_0^1 (x^2 + 10x) \arctan x \, dx$$
vale $\boxed{A}$: $\frac{\pi}{12} + \frac{1}{6} + 5 - \frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{B}$: $\frac{5\pi}{2} + \frac{\pi}{12} - \frac{1}{6} - 5 + \frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{C}$: $\frac{5\pi}{4} + \frac{\pi}{12} - \frac{1}{6} - 5 + \frac{1}{3}\log 2$ $\boxed{D}$: $\frac{5\pi}{4} + \frac{\pi}{6} - \frac{1}{6} - 5 + \frac{1}{6}\log 2$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' - 4y = x\, e^{2x}, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 5 \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(\frac{1}{2})$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{5+\frac{1}{8}}{4e}\,(e^2 - 1)$ $\boxed{B}$: $\frac{5+\frac{1}{16}}{4e}\,(e^2 - 1)$ $\boxed{C}$: $\frac{5+\frac{1}{8}}{4\sqrt{e}}\,(e - 1)$ $\boxed{D}$: $\frac{5+\frac{1}{16}}{4\sqrt{e}}\,(e - 1)$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\exp(5\sqrt{x^2+y^2}) - 1}{\sqrt[3]{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f ammette il limite per $(x,y) \to (0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$ le uniche corrette sono

$\boxed{A}$: (b), (c) $\boxed{B}$: (a), (b) (c) (d) $\boxed{C}$: (a), (b) $\boxed{D}$: (a), (c)

---

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = (6y - x^2)^4 (y + x + \alpha).$$

Al variare di α, il punto $(0,0)$

Risp.: $\boxed{A}$: è minimo locale per $\alpha < 0$, massimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{B}$: è minimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{C}$: è massimo locale per $\alpha < 0$, minimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{D}$: è massimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{E}$: non è mai stazionario

---

5. Sia Q il quadrato di vertici $(-5,-5)$, $(-5,5)$, $(5,5)$ e $(5,-5)$. Data $f(x,y) = xy^2 - 5x^2$, detti $M = \max_Q f$ e $m = \min_Q f$, si ha

$\boxed{A}$: $m = -2 \cdot 5^3$ e $M = \frac{5^3}{4}$ $\boxed{B}$: $m = -5^3$ e $M = \frac{5^3}{4}$ $\boxed{C}$: $m = -2 \cdot 5^3$ e $M = \frac{5^3}{2}$ $\boxed{D}$: $m = -5^3$ e $M = \frac{5^3}{2}$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = \frac{x^2+y^2}{2+2x^2+2y^2}$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (e^t, e^t, t)$, $t \in [0,5]$, l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f$$

vale

$\boxed{A}$: $\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+2\,e^{10}} - \sqrt{3}\right)$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{2}\left(-\sqrt{1+2\,e^{10}} + \sqrt{3}\right)$
$\boxed{C}$: $\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+2\,e^{10}} - \sqrt{3}\right)$ $\boxed{D}$: $\frac{1}{4}\left(-\sqrt{1+2\,e^{10}} + \sqrt{3}\right)$

---

7. Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un campo vettoriale definito da

$$g(x,y) = \left(\log(5 + x^2 + y^2) + \frac{2x^2}{5 + x^2 + y^2}, \frac{2xy}{5 + x^2 + y^2}\right)$$

e sia φ il potenziale di g tale che $\varphi(0,1) = 0$. Allora $\varphi(1,0)$ vale

$\boxed{A}$: $\log 7$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{6} + \log 6$ $\boxed{C}$: $\frac{1}{6} + \log 7$ $\boxed{D}$: $\log 6$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_D |y| \, dxdy$$

dove

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, \ \ x^2 + y^2 \leq 25, \ |y| \geq 5 - x\}$$

vale

$\boxed{A}$: $\frac{5^3}{2}$ $\boxed{B}$: 5^3 $\boxed{C}$: $\frac{5^3}{4}$ $\boxed{D}$: $\frac{5^3}{3}$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_0^1 (x^2+12x)\arctan x\,dx$$
vale $\boxed{A}$: $3\pi+\frac{\pi}{12}-\frac{1}{6}-6+\frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{B}$: $\frac{\pi}{12}+\frac{1}{6}+6-\frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{C}$: $\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{12}-\frac{1}{6}-6+\frac{1}{3}\log 2$ $\boxed{D}$: $\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}-\frac{1}{6}-6+\frac{1}{6}\log 2$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y''-4y=x\,e^{2x}, \\ y(0)=0, \\ y'(0)=6 \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(\frac{1}{2})$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{6+\frac{1}{8}}{4e}(e^2-1)$ $\boxed{B}$: $\frac{6+\frac{1}{8}}{4\sqrt{e}}(e-1)$ $\boxed{C}$: $\frac{6+\frac{1}{16}}{4e}(e^2-1)$ $\boxed{D}$: $\frac{6+\frac{1}{16}}{4\sqrt{e}}(e-1)$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{\exp(6\sqrt{x^2+y^2})-1}{\sqrt[3]{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f ammette il limite per $(x,y) \to (0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$ le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b) (c) (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b)

---

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = (7y - x^2)^4 (y + x + \alpha).$$

Al variare di α, il punto $(0,0)$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: è minimo locale per $\alpha < 0$, massimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{B}}$: è massimo locale per $\alpha < 0$, minimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{C}}$: è minimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{D}}$: è massimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{E}}$: non è mai stazionario

---

5. Sia Q il quadrato di vertici $(-6,-6)$, $(-6,6)$, $(6,6)$ e $(6,-6)$. Data $f(x,y) = xy^2 - 6x^2$, detti $M = \max_Q f$ e $m = \min_Q f$, si ha

$\boxed{\text{A}}$: $m = -6^3$ e $M = \frac{6^3}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = -2 \cdot 6^3$ e $M = \frac{6^3}{2}$
$\boxed{\text{C}}$: $m = -6^3$ e $M = \frac{6^3}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -2 \cdot 6^3$ e $M = \frac{6^3}{4}$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = \frac{x^2+y^2}{2+2x^2+2y^2}$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (e^t, e^t, t)$, $t \in [0,6]$, l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{2}\left(-\sqrt{1+2\,e^{12}} + \sqrt{3}\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+2\,e^{12}} - \sqrt{3}\right)$
$\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+2\,e^{12}} - \sqrt{3}\right)$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{4}\left(-\sqrt{1+2\,e^{12}} + \sqrt{3}\right)$

---

7. Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un campo vettoriale definito da

$$g(x,y) = \left(\log(6 + x^2 + y^2) + \frac{2x^2}{6 + x^2 + y^2}, \frac{2xy}{6 + x^2 + y^2}\right)$$

e sia φ il potenziale di g tale che $\varphi(0,1) = 0$. Allora $\varphi(1,0)$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\log 7$ $\boxed{\text{B}}$: $\log 8$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{7} + \log 7$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{7} + \log 8$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_D |y|\, dxdy$$

dove

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, \;\; x^2 + y^2 \leq 36, \; |y| \geq 6 - x\}$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{6^3}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: 6^3 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{6^3}{4}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{6^3}{3}$
