
Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

---

1. L'integrale

$$\int_0^{\log 3} \frac{e^x}{2e^{2x} - 4e^x + 5}\, dx$$

vale

$\boxed{A}$: $\frac{1}{3}\arctan\left(\sqrt{6}\right)$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{\sqrt{3}}\arctan\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $\boxed{C}$: $\frac{1}{6}\arctan\left(\sqrt{6}\right)$ $\boxed{D}$: $\frac{1}{\sqrt{6}}\arctan\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$

---

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y = x\, e^{2x} \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 3 - \frac{1}{16}\,. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(1/2)$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{3}{4}\left(e + e^{-1}\right)$ $\boxed{B}$: $\frac{3}{4}\left(e - e^{-1}\right)$ $\boxed{C}$: $\frac{1}{4}\left(e - e^{-1}\right)$ $\boxed{D}$: $\frac{1}{4}\left(e + e^{-1}\right)$

---

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\sqrt{x^2+8y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ (c) f non ammette la derivata parziale rispetto ad y in $(0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$: (a), (b) $\boxed{\text{B}}$: (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = \left(x^2 + y^2 - 4\right)^2 (x+y)$. Allora f ammette sulla circonferenza $x^2 + y^2 = 4$

$\boxed{\text{A}}$: infiniti punti di massimo relativo, infiniti punti di minimo relativo e due punti di sella
$\boxed{\text{B}}$: infiniti punti di massimo relativo, infiniti punti di minimo relativo e nessun punto di sella
$\boxed{\text{C}}$: infiniti punti di massimo relativo e due punti di sella

$\boxed{\text{D}}$: infiniti punti di minimo relativo e nessun punto di sella

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}, \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$ e $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}\right)$. Data

$$f(x,y) = x^2 - \sqrt{\frac{1}{2}}\, y$$

detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$, si ha

$\boxed{\text{A}}$: $m = -\frac{1}{4}$ e $M = 1$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 0$ e $M = 1$ $\boxed{\text{C}}$: $m = -\frac{1}{8}$ e $M = 1$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -\frac{1}{2}$ e $M = 1$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (t\cos t - \sin t, t\sin t + \cos t)$, $\quad t \in [-1,1]$, l'integrale curvilineo $\int_\gamma f$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{2}{3}(3^{3/2} + 2^{3/2})$ $\boxed{\text{B}}$: 0 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{2}{3}3^{3/2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{2}{3}(3^{3/2} - 2^{3/2})$

---

7. Sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale definito da

$$F(x,y) = (x\sin(x^2/2)\, e^{-y^2}, 2y\cos(x^2/2)\, e^{-y^2})$$

e sia γ l'arco di circonferenza di raggio 1 che congiunge i punti $A = (1,0)$ e $B = (2,0)$ percorso da A a B in senso antiorario. Allora l'integrale curvilineo $\int_\gamma F$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\cos(1/2) + \cos(1)$ $\boxed{\text{B}}$: $\cos(1/2) - \cos(2)$ $\boxed{\text{C}}$: $\cos(1) - \cos(2)$ $\boxed{\text{D}}$: $\cos(1/2) - \cos(1)$

---

8. Sia

$$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \le x \le \sqrt{2},\ \frac{x^2}{\sqrt{2}} \le y \le \sqrt{2}\right\}.$$

Allora l'integrale doppio $\int_\Omega \frac{6}{11}\,|x-y|\,dxdy$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{2^{\frac{5}{2}}}{10}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{2^{\frac{3}{2}}}{5}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{2^{\frac{3}{2}}}{10}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{2^{\frac{5}{2}}}{5}$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_0^{\log 4} \frac{e^x}{2e^{2x} - 4e^x + 5}\, dx$$
vale

$\boxed{A}$: $\frac{1}{3}$ arctan $\left(3\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{\sqrt{6}}$ arctan $\left(\sqrt{6}\right)$ $\boxed{C}$: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ arctan $\left(\sqrt{6}\right)$ $\boxed{D}$: $\frac{1}{6}$ arctan $\left(3\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' - 4y = x\, e^{2x} \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 5 - \frac{1}{16}\,. \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(1/2)$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{5}{4}\,(e + e^{-1})$ $\boxed{B}$: $\frac{5}{4}\,(e - e^{-1})$ $\boxed{C}$: $\frac{3}{4}\,(e - e^{-1})$ $\boxed{D}$: $\frac{3}{4}\,(e + e^{-1})$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x\,\sqrt{x^2 + 7y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ (c) f non ammette la derivata parziale rispetto ad y in $(0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$: (c) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = \left(x^2 + y^2 - 9\right)^2 (x+y)$. Allora f ammette sulla circonferenza $x^2 + y^2 = 9$

$\boxed{\text{A}}$: infiniti punti di massimo relativo, infiniti punti di minimo relativo e nessun punto di sella

$\boxed{\text{B}}$: infiniti punti di massimo relativo e due punti di sella

$\boxed{\text{C}}$: infiniti punti di minimo relativo e nessun punto di sella

$\boxed{\text{D}}$: infiniti punti di massimo relativo, infiniti punti di minimo relativo e due punti di sella

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ e $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, -\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$. Data

$$f(x,y) = x^2 - \sqrt{\frac{3}{2}}\, y$$

detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$, si ha

$\boxed{\text{A}}$: $m = -\frac{3}{8}$ e $M = 3$ $\boxed{\text{B}}$: $m = -\frac{3}{4}$ e $M = 3$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$ e $M = 3$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -\frac{3}{2}$ e $M = 3$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 2}$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (t\cos t - \sin t, t\sin t + \cos t)$, $\quad t \in [-1,1]$, l'integrale curvilineo $\int_\gamma f$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{2}{3}(4^{3/2} + 3^{3/2})$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{2}{3}(4^{3/2} - 3^{3/2})$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{2}{3}4^{3/2}$

---

7. Sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale definito da

$$F(x,y) = (x\sin(x^2/2)\, e^{-y^2}, 2y\cos(x^2/2)\, e^{-y^2})$$

e sia γ l'arco di circonferenza di raggio 2 che congiunge i punti $A = (1,0)$ e $B = (4,0)$ percorso da A a B in senso antiorario. Allora l'integrale curvilineo $\int_\gamma F$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\cos(1/2) + \cos(4)$ $\boxed{\text{B}}$: $\cos(1) - \cos(4)$ $\boxed{\text{C}}$: $\cos(1/2) - \cos(8)$ $\boxed{\text{D}}$: $\cos(1/2) - \cos(2)$

---

8. Sia

$$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \le x \le \sqrt{3},\ \frac{x^2}{\sqrt{3}} \le y \le \sqrt{3}\right\}.$$

Allora l'integrale doppio $\int_\Omega \frac{6}{11}\,|x - y|\, dxdy$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{3^{\frac{3}{2}}}{10}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{3^{\frac{5}{2}}}{10}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{3^{\frac{3}{2}}}{5}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3^{\frac{5}{2}}}{5}$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^{\log 5} \frac{e^x}{2e^{2x} - 4e^x + 5}\, dx$$

vale

$\boxed{A}$: $\frac{1}{\sqrt{6}}$ arctan $\left(4\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{3}$ arctan $\left(2\sqrt{6}\right)$ $\boxed{C}$: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ arctan $\left(4\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $\boxed{D}$: $\frac{1}{6}$ arctan $\left(2\sqrt{6}\right)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y = x\, e^{2x} \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 7 - \frac{1}{16}\,. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(1/2)$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{7}{4}\,(e + e^{-1})$ $\boxed{B}$: $\frac{5}{4}\,(e - e^{-1})$ $\boxed{C}$: $\frac{7}{4}\,(e - e^{-1})$ $\boxed{D}$: $\frac{5}{4}\,(e + e^{-1})$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\,\sqrt{x^2+6y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ (c) f non ammette la derivata parziale rispetto ad y in $(0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

$\boxed{A}$: (c) $\boxed{B}$: (a), (b), (d) $\boxed{C}$: (a), (b) $\boxed{D}$: (a), (c)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = \left(x^2+y^2-16\right)^2 (x+y)$. Allora f ammette sulla circonferenza $x^2+y^2=16$

$\boxed{A}$: infiniti punti di massimo relativo, infiniti punti di minimo relativo e nessun punto di sella
$\boxed{B}$: infiniti punti di massimo relativo, infiniti punti di minimo relativo e due punti di sella
$\boxed{C}$: infiniti punti di massimo relativo e due punti di sella

$\boxed{D}$: infiniti punti di minimo relativo e nessun punto di sella

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $\left(\sqrt{\frac{5}{2}}, \sqrt{\frac{5}{2}}\right)$ e $\left(\sqrt{\frac{5}{2}}, -\sqrt{\frac{5}{2}}\right)$. Data

$$f(x,y) = x^2 - \sqrt{\frac{5}{2}}\, y$$

detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$, si ha

$\boxed{A}$: $m = -\frac{5}{4}$ e $M = 5$ $\boxed{B}$: $m = 0$ e $M = 5$ $\boxed{C}$: $m = -\frac{5}{2}$ e $M = 5$ $\boxed{D}$: $m = -\frac{5}{8}$ e $M = 5$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2+3}$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (t\cos t - \sin t, t\sin t + \cos t)$, $\quad t \in [-1,1]$, l'integrale curvilineo $\int_\gamma f$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{2}{3}(5^{3/2} + 4^{3/2})$ $\boxed{B}$: $\frac{2}{3}(5^{3/2} - 4^{3/2})$ $\boxed{C}$: 0 $\boxed{D}$: $\frac{2}{3}5^{3/2}$

---

7. Sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale definito da

$$F(x,y) = (x\sin(x^2/2)\, e^{-y^2}, 2y\cos(x^2/2)\, e^{-y^2})$$

e sia γ l'arco di circonferenza di raggio 3 che congiunge i punti $A = (1,0)$ e $B = (6,0)$ percorso da A a B in senso antiorario. Allora l'integrale curvilineo $\int_\gamma F$ vale

$\boxed{A}$: $\cos(1/2) - \cos(18)$ $\boxed{B}$: $\cos(1/2) + \cos(9)$ $\boxed{C}$: $\cos(1) - \cos(6)$ $\boxed{D}$: $\cos(1/2) - \cos(3)$

---

8. Sia

$$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \le x \le 2,\ \frac{x^2}{2} \le y \le 2\right\}.$$

Allora l'integrale doppio $\int_\Omega \frac{6}{11}\,|x-y|\, dxdy$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{4^{\frac{5}{2}}}{10}$ $\boxed{B}$: $\frac{4^{\frac{3}{2}}}{5}$ $\boxed{C}$: $\frac{4^{\frac{5}{2}}}{5}$ $\boxed{D}$: $\frac{4^{\frac{3}{2}}}{10}$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta $= +4$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^{\log 6} \frac{e^x}{2e^{2x} - 4e^x + 5}\, dx$$

vale

$\boxed{A}$: $\frac{1}{3}$ arctan $\left(5\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ arctan $\left(5\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $\boxed{C}$: $\frac{1}{\sqrt{6}}$ arctan $\left(5\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $\boxed{D}$: $\frac{1}{6}$ arctan $\left(5\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y = x\, e^{2x} \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 9 - \frac{1}{16}\,. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(1/2)$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{9}{4}\,(e + e^{-1})$ $\boxed{B}$: $\frac{7}{4}\,(e - e^{-1})$ $\boxed{C}$: $\frac{9}{4}\,(e - e^{-1})$ $\boxed{D}$: $\frac{7}{4}\,(e + e^{-1})$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\,\sqrt{x^2 + 5y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ (c) f non ammette la derivata parziale rispetto ad y in $(0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

$\boxed{A}$: (c) $\boxed{B}$: (a), (b), (d) $\boxed{C}$: (a), (c) $\boxed{D}$: (a), (b)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = \left(x^2+y^2-25\right)^2 (x+y)$. Allora f ammette sulla circonferenza $x^2+y^2=25$

$\boxed{A}$: infiniti punti di massimo relativo, infiniti punti di minimo relativo e due punti di sella
$\boxed{B}$: infiniti punti di massimo relativo, infiniti punti di minimo relativo e nessun punto di sella
$\boxed{C}$: infiniti punti di massimo relativo e due punti di sella

$\boxed{D}$: infiniti punti di minimo relativo e nessun punto di sella

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $\left(\sqrt{\frac{7}{2}}, \sqrt{\frac{7}{2}}\right)$ e $\left(\sqrt{\frac{7}{2}}, -\sqrt{\frac{7}{2}}\right)$. Data

$$f(x,y) = x^2 - \sqrt{\frac{7}{2}}\, y$$

detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$, si ha

$\boxed{A}$: $m = -\frac{7}{4}$ e $M = 7$ $\boxed{B}$: $m = -\frac{7}{8}$ e $M = 7$ $\boxed{C}$: $m = 0$ e $M = 7$ $\boxed{D}$: $m = -\frac{7}{2}$ e $M = 7$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2+4}$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (t\cos t - \sin t, t\sin t + \cos t)$, $\quad t \in [-1,1]$, l'integrale curvilineo $\int_\gamma f$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{2}{3}(6^{3/2} + 5^{3/2})$ $\boxed{B}$: 0 $\boxed{C}$: $\frac{2}{3}6^{3/2}$ $\boxed{D}$: $\frac{2}{3}(6^{3/2} - 5^{3/2})$

---

7. Sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale definito da

$$F(x,y) = (x\sin(x^2/2)\, e^{-y^2}, 2y\cos(x^2/2)\, e^{-y^2})$$

e sia γ l'arco di circonferenza di raggio 4 che congiunge i punti $A = (1,0)$ e $B = (8,0)$ percorso da A a B in senso antiorario. Allora l'integrale curvilineo $\int_\gamma F$ vale

$\boxed{A}$: $\cos(1/2) + \cos(16)$ $\boxed{B}$: $\cos(1) - \cos(8)$ $\boxed{C}$: $\cos(1/2) - \cos(32)$ $\boxed{D}$: $\cos(1/2) - \cos(4)$

---

8. Sia

$$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \le x \le \sqrt{5},\ \frac{x^2}{\sqrt{5}} \le y \le \sqrt{5}\right\}.$$

Allora l'integrale doppio $\int_\Omega \frac{6}{11}\, |x-y|\, dxdy$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{5^{\frac{3}{2}}}{10}$ $\boxed{B}$: $\frac{5^{\frac{5}{2}}}{10}$ $\boxed{C}$: $\frac{5^{\frac{3}{2}}}{5}$ $\boxed{D}$: $\frac{5^{\frac{5}{2}}}{5}$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta $= +4$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^{\log 7} \frac{e^x}{2e^{2x} - 4e^x + 5}\, dx$$

vale

$\boxed{A}$: $\frac{1}{3} \arctan\left(6\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{\sqrt{6}} \arctan\left(6\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $\boxed{C}$: $\frac{1}{\sqrt{3}} \arctan\left(6\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $\boxed{D}$: $\frac{1}{6} \arctan\left(6\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y = x\, e^{2x} \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 11 - \frac{1}{16}\,. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(1/2)$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{11}{4}\,(e + e^{-1})$ $\boxed{B}$: $\frac{9}{4}\,(e - e^{-1})$ $\boxed{C}$: $\frac{9}{4}\,(e + e^{-1})$ $\boxed{D}$: $\frac{11}{4}\,(e - e^{-1})$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\,\sqrt{x^2+4y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ (c) f non ammette la derivata parziale rispetto ad y in $(0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$: (c) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = \left(x^2+y^2-36\right)^2 (x+y)$. Allora f ammette sulla circonferenza $x^2+y^2=36$

$\boxed{\text{A}}$: infiniti punti di massimo relativo, infiniti punti di minimo relativo e nessun punto di sella
$\boxed{\text{B}}$: infiniti punti di massimo relativo e due punti di sella

$\boxed{\text{C}}$: infiniti punti di massimo relativo, infiniti punti di minimo relativo e due punti di sella
$\boxed{\text{D}}$: infiniti punti di minimo relativo e nessun punto di sella

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $\left(\sqrt{\frac{9}{2}}, \sqrt{\frac{9}{2}}\right)$ e $\left(\sqrt{\frac{9}{2}}, -\sqrt{\frac{9}{2}}\right)$. Data

$$f(x,y) = x^2 - \sqrt{\frac{9}{2}}\, y$$

detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$, si ha

$\boxed{\text{A}}$: $m = -\frac{9}{8}$ e $M = 9$ $\boxed{\text{B}}$: $m = -\frac{9}{4}$ e $M = 9$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$ e $M = 9$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -\frac{9}{2}$ e $M = 9$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2+5}$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (t\cos t - \sin t, t\sin t + \cos t)$, $\quad t \in [-1,1]$, l'integrale curvilineo $\int_\gamma f$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{2}{3}(7^{3/2} + 6^{3/2})$ $\boxed{\text{B}}$: 0 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{2}{3}(7^{3/2} - 6^{3/2})$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{2}{3}7^{3/2}$

---

7. Sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale definito da

$$F(x,y) = (x\sin(x^2/2)\, e^{-y^2}, 2y\cos(x^2/2)\, e^{-y^2})$$

e sia γ l'arco di circonferenza di raggio 5 che congiunge i punti $A = (1,0)$ e $B = (10,0)$ percorso da A a B in senso antiorario. Allora l'integrale curvilineo $\int_\gamma F$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\cos(1/2) - \cos(50)$ $\boxed{\text{B}}$: $\cos(1/2) + \cos(25)$ $\boxed{\text{C}}$: $\cos(1) - \cos(10)$ $\boxed{\text{D}}$: $\cos(1/2) - \cos(5)$

---

8. Sia

$$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \le x \le \sqrt{6},\ \frac{x^2}{\sqrt{6}} \le y \le \sqrt{6}\right\}.$$

Allora l'integrale doppio $\int_\Omega \frac{6}{11}|x-y|\, dxdy$ vale

$\boxed{\text{A}}$: $\frac{6^{\frac{5}{2}}}{10}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{6^{\frac{3}{2}}}{5}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{6^{\frac{5}{2}}}{5}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{6^{\frac{3}{2}}}{10}$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_0^{\log 8} \frac{e^x}{2e^{2x} - 4e^x + 5}\, dx$$

vale

$\boxed{A}$: $\frac{1}{\sqrt{6}}$ arctan $\left(7\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{3}$ arctan $\left(7\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ $\boxed{C}$: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ arctan $\left(7\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $\boxed{D}$: $\frac{1}{6}$ arctan $\left(7\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y = x\, e^{2x} \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 13 - \frac{1}{16}\,. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(1/2)$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{13}{4}\,(e + e^{-1})$ $\boxed{B}$: $\frac{11}{4}\,(e - e^{-1})$ $\boxed{C}$: $\frac{13}{4}\,(e - e^{-1})$ $\boxed{D}$: $\frac{11}{4}\,(e + e^{-1})$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\,\sqrt{x^2+3y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$ (c) f non ammette la derivata parziale rispetto ad y in $(0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

$\boxed{A}$: (c) $\boxed{B}$: (a), (b) $\boxed{C}$: (a), (b), (d) $\boxed{D}$: (a), (c)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = \left(x^2 + y^2 - 49\right)^2 (x+y)$. Allora f ammette sulla circonferenza $x^2 + y^2 = 49$

$\boxed{A}$: infiniti punti di massimo relativo, infiniti punti di minimo relativo e nessun punto di sella
$\boxed{B}$: infiniti punti di massimo relativo e due punti di sella

$\boxed{C}$: infiniti punti di minimo relativo e nessun punto di sella

$\boxed{D}$: infiniti punti di massimo relativo, infiniti punti di minimo relativo e due punti di sella

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $\left(\sqrt{\frac{11}{2}}, \sqrt{\frac{11}{2}}\right)$ e $\left(\sqrt{\frac{11}{2}}, -\sqrt{\frac{11}{2}}\right)$. Data

$$f(x,y) = x^2 - \sqrt{\frac{11}{2}}\, y$$

detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$, si ha

$\boxed{A}$: $m = -\frac{11}{8}$ e $M = 11$ $\boxed{B}$: $m = -\frac{11}{4}$ e $M = 11$ $\boxed{C}$: $m = 0$ e $M = 11$ $\boxed{D}$: $m = -\frac{11}{2}$ e $M = 11$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 6}$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (t\cos t - \sin t, t\sin t + \cos t)$, $\quad t \in [-1,1]$, l'integrale curvilineo $\int_\gamma f$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{2}{3}(8^{3/2} + 7^{3/2})$ $\boxed{B}$: $\frac{2}{3}(8^{3/2} - 7^{3/2})$ $\boxed{C}$: 0 $\boxed{D}$: $\frac{2}{3}8^{3/2}$

---

7. Sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale definito da

$$F(x,y) = (x\sin(x^2/2)\, e^{-y^2}, 2y\cos(x^2/2)\, e^{-y^2})$$

e sia γ l'arco di circonferenza di raggio 6 che congiunge i punti $A = (1,0)$ e $B = (12,0)$ percorso da A a B in senso antiorario. Allora l'integrale curvilineo $\int_\gamma F$ vale

$\boxed{A}$: $\cos(1/2) + \cos(36)$ $\boxed{B}$: $\cos(1/2) - \cos(72)$ $\boxed{C}$: $\cos(1) - \cos(12)$ $\boxed{D}$: $\cos(1/2) - \cos(6)$

---

8. Sia

$$\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \le x \le \sqrt{7},\ \frac{x^2}{\sqrt{7}} \le y \le \sqrt{7}\right\}.$$

Allora l'integrale doppio $\int_\Omega \frac{6}{11}\, |x-y|\, dxdy$ vale

$\boxed{A}$: $\frac{7^{\frac{5}{2}}}{10}$ $\boxed{B}$: $\frac{7^{\frac{3}{2}}}{5}$ $\boxed{C}$: $\frac{7^{\frac{5}{2}}}{5}$ $\boxed{D}$: $\frac{7^{\frac{3}{2}}}{10}$
