Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_4^9 \frac{1+e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$$

vale

$\boxed{A}$ e^3-e^2 $\boxed{B}$ $1+e^3-e^2$ $\boxed{C}$ $\ln(1+e^3-e^2)$ $\boxed{D}$ $2(1+e^3-e^2)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''+4y=\left[\frac{1}{4}+4\right]\,e^{x/2}\,, \\ y(0)=0 \\ y'(0)=1\,. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}\left(\frac{2\pi}{2}\right)$ vale $\boxed{A}$ -1 $\boxed{B}$ $-1+e^{\frac{\pi}{2}}$ $\boxed{C}$ $e^{\frac{\pi}{2}}$ $\boxed{D}$ $1+e^{\frac{\pi}{2}}$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y):=\begin{cases} \dfrac{\log(1+7x^3)}{x^4+y^2} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$, (b) f è differenziabile in $(0,0)$, (c) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$,

(d) per ogni versore $v = (v_1, v_2)$ con $v_2 \neq 0$ esiste la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$

le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$ (c), (d) $\boxed{\text{B}}$ (a), (b), (d) $\boxed{\text{C}}$ (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$ (a), (c), (d)

---

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^2 y(y - 7x)\,.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f ammette un solo punto di minimo relativo (b) f ammette infiniti punti di minimo relativo
(c) f ammette infiniti punti di massimo relativo (d) f ammette un solo punto di sella

(e) f ammette un solo punto di massimo relativo; le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$ (b), (d) $\boxed{\text{B}}$ (a), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$ (b), (e) $\boxed{\text{D}}$ (a), (d), (e)

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(1,2)$. Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $g(x,y) = e^{x^2 - y^2 + 2xy}$. Detti $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$ si ha

$\boxed{\text{A}}$ $m = 0$ e $M = e^2$ $\boxed{\text{B}}$ $m = 0$ e $M = e$ $\boxed{\text{C}}$ $m = 1$ e $M = e^2$ $\boxed{\text{D}}$ $m = 1$ e $M = e^3$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = (y+z)^2$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (\,t, \cos t + \sin t, \cos t - \sin t)$, $\quad t \in [0, \pi/2]$, l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f$$

vale $\boxed{\text{A}}$ $\pi\sqrt{4+2}$ $\boxed{\text{B}}$ $4\pi\sqrt{3}$ $\boxed{\text{C}}$ $2\pi\sqrt{3}$ $\boxed{\text{D}}$ $\pi\sqrt{3}$

---

7. Sia dato il campo vettoriale

$$\overrightarrow{F}(x,y) = \left(\frac{2x + 7y}{x^2 + y^2 + 7xy + 1} + e^y + ye^x\right)\overrightarrow{i} + \left(\frac{7x + 2y}{x^2 + y^2 + 7xy + 1} + xe^y + e^x\right)\overrightarrow{j}\,.$$

Sia Γ l'arco di parabola $y = x^2$ con $0 \le x \le 1$. Allora l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma$ vale

$\boxed{\text{A}}$ $\log 10$ $\boxed{\text{B}}$ $2e + \log 10$ $\boxed{\text{C}}$ $2 + \log 9$ $\boxed{\text{D}}$ $2e + \log 9$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_\Omega \frac{3}{2}\, dxdy$$

dove $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; -2 + |x| \le y \le \sqrt{4 - x^2}\}$, vale

$\boxed{\text{A}}$ $2(\pi + 2)$ $\boxed{\text{B}}$ $3(\pi + 1)$ $\boxed{\text{C}}$ $3(\pi + 2)$ $\boxed{\text{D}}$ 3π

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_9^{16} \frac{1+e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx$$
vale

   $\boxed{\text{A}}$ $e^4 - e^3$ $\boxed{\text{B}}$ $2(1+e^4-e^3)$ $\boxed{\text{C}}$ $1+e^4-e^3$ $\boxed{\text{D}}$ $\ln(1+e^4-e^3)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' + 9y = \left[\frac{1}{4}+9\right] e^{x/2}, \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1\,. \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ vale $\boxed{\text{A}}$ -1 $\boxed{\text{B}}$ $-1+e^{\frac{\pi}{3}}$ $\boxed{\text{C}}$ $e^{\frac{\pi}{3}}$ $\boxed{\text{D}}$ $1+e^{\frac{\pi}{3}}$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{\log(1+6x^3)}{x^4+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

   (a) f è continua in $(0,0)$, (b) f è differenziabile in $(0,0)$, (c) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$,

(d) per ogni versore $v = (v_1, v_2)$ con $v_2 \neq 0$ esiste la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$

le uniche corrette sono

$\boxed{A}$ (a), (b), (d) $\boxed{B}$ (a), (b), (c), (d) $\boxed{C}$ (c), (d) $\boxed{D}$ (a), (c), (d)

---

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = x^2 y(y - 6x)\,.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f ammette un solo punto di minimo relativo (b) f ammette infiniti punti di minimo relativo
(c) f ammette infiniti punti di massimo relativo (d) f ammette un solo punto di sella

(e) f ammette un solo punto di massimo relativo; le uniche corrette sono

$\boxed{A}$ (a), (c), (d) $\boxed{B}$ (b), (e) $\boxed{C}$ (a), (d), (e) $\boxed{D}$ (b), (d)

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(1,4)$. Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $g(x,y) = e^{x^2 - y^2 + 4xy}$. Detti $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$ si ha

$\boxed{A}$ $m = 1$ e $M = e^5$ $\boxed{B}$ $m = 0$ e $M = e^5$ $\boxed{C}$ $m = 0$ e $M = e^4$ $\boxed{D}$ $m = 1$ e $M = e^6$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = (y+z)^2$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (2\,t, \cos t + \sin t, \cos t - \sin t)$, $\quad t \in [0, \pi/2]$, l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f$$

vale $\boxed{A}$ $\pi\sqrt{9+2}$ $\boxed{B}$ $\pi\sqrt{6}$ $\boxed{C}$ $4\pi\sqrt{6}$ $\boxed{D}$ $2\pi\sqrt{6}$

---

7. Sia dato il campo vettoriale

$$\overrightarrow{F}(x,y) = \left(\frac{2x+6y}{x^2+y^2+6xy+1} + e^y + ye^x\right)\overrightarrow{i} + \left(\frac{6x+2y}{x^2+y^2+6xy+1} + xe^y + e^x\right)\overrightarrow{j}\,.$$

Sia Γ l'arco di parabola $y = x^2$ con $0 \le x \le 1$. Allora l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma$ vale

$\boxed{A}$ $\log 9$ $\boxed{B}$ $2 + \log 8$ $\boxed{C}$ $2e + \log 9$ $\boxed{D}$ $2e + \log 8$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_\Omega \frac{5}{2}\,dxdy$$

dove $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, -2 + |x| \le y \le \sqrt{4 - x^2}\}$, vale

$\boxed{A}$ $5(\pi+2)$ $\boxed{B}$ $4(\pi+2)$ $\boxed{C}$ $5(\pi+1)$ $\boxed{D}$ 5π

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta $= +4$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_{16}^{25} \frac{1+e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$$
vale
$\boxed{A}$ $2(1+e^5-e^4)$ $\boxed{B}$ e^5-e^4 $\boxed{C}$ $1+e^5-e^4$ $\boxed{D}$ $\ln(1+e^5-e^4)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y''+16y = \left[\frac{1}{4}+16\right]\, e^{x/2}\,, \\ y(0)=0 \\ y'(0)=1\,. \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}\left(\frac{2\pi}{4}\right)$ vale $\boxed{A}$ -1 $\boxed{B}$ $e^{\frac{\pi}{4}}$ $\boxed{C}$ $-1+e^{\frac{\pi}{4}}$ $\boxed{D}$ $1+e^{\frac{\pi}{4}}$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{\log(1+5x^3)}{x^4+y^2} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni
(a) f è continua in $(0,0)$, (b) f è differenziabile in $(0,0)$, (c) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$,

(d) per ogni versore $v = (v_1, v_2)$ con $v_2 \neq 0$ esiste la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$

le uniche corrette sono

$\boxed{A}$ (a), (b), (d) $\boxed{B}$ (a), (b), (c), (d) $\boxed{C}$ (c), (d) $\boxed{D}$ (a), (c), (d)

---

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = x^2 y(y - 5x)\,.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f ammette un solo punto di minimo relativo (b) f ammette infiniti punti di minimo relativo
(c) f ammette infiniti punti di massimo relativo (d) f ammette un solo punto di sella

(e) f ammette un solo punto di massimo relativo; le uniche corrette sono

$\boxed{A}$ (a), (c), (d) $\boxed{B}$ (b), (d) $\boxed{C}$ (b), (e) $\boxed{D}$ (a), (d), (e)

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(1,6)$. Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $g(x,y) = e^{x^2 - y^2 + 6xy}$. Detti $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$ si ha

$\boxed{A}$ $m = 0$ e $M = e^{10}$ $\boxed{B}$ $m = 0$ e $M = e^{9}$ $\boxed{C}$ $m = 1$ e $M = e^{11}$ $\boxed{D}$ $m = 1$ e $M = e^{10}$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = (y+z)^2$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (3\,t, \cos t + \sin t, \cos t - \sin t)$, $\quad t \in [0, \pi/2]$, l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f$$

vale $\boxed{A}$ $\pi\,\sqrt{16+2}$ $\boxed{B}$ $\pi\,\sqrt{11}$ $\boxed{C}$ $4\pi\sqrt{11}$ $\boxed{D}$ $2\pi\sqrt{11}$

---

7. Sia dato il campo vettoriale

$$\overrightarrow{F}(x,y) = \left(\frac{2x + 5y}{x^2 + y^2 + 5xy + 1} + e^y + ye^x \right) \overrightarrow{i} + \left(\frac{5x + 2y}{x^2 + y^2 + 5xy + 1} + xe^y + e^x \right) \overrightarrow{j}\,.$$

Sia Γ l'arco di parabola $y = x^2$ con $0 \leq x \leq 1$. Allora l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma$ vale

$\boxed{A}$ $2e + \log 8$ $\boxed{B}$ $\log 8$ $\boxed{C}$ $2 + \log 7$ $\boxed{D}$ $2e + \log 7$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_\Omega \frac{7}{2}\,dxdy$$

dove $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, -2 + |x| \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}\}$, vale

$\boxed{A}$ $6(\pi + 2)$ $\boxed{B}$ $7(\pi + 1)$ $\boxed{C}$ 7π $\boxed{D}$ $7(\pi + 2)$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_{25}^{36} \frac{1+e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$$

vale

$\boxed{A}$ e^6-e^5 $\boxed{B}$ $1+e^6-e^5$ $\boxed{C}$ $2(1+e^6-e^5)$ $\boxed{D}$ $\ln(1+e^6-e^5)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''+25y=\left[\frac{1}{4}+25\right]\,e^{x/2}\,, \\ y(0)=0 \\ y'(0)=1\,. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ vale $\boxed{A}$ -1 $\boxed{B}$ $e^{\frac{\pi}{5}}$ $\boxed{C}$ $-1+e^{\frac{\pi}{5}}$ $\boxed{D}$ $1+e^{\frac{\pi}{5}}$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y):=\begin{cases} \dfrac{\log(1+4x^3)}{x^4+y^2} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$, (b) f è differenziabile in $(0,0)$, (c) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$,

(d) per ogni versore $v = (v_1, v_2)$ con $v_2 \neq 0$ esiste la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$

le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$ (a), (b), (d) $\boxed{\text{B}}$ (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$ (a), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$ (c), (d)

---

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^2 y(y - 4x)\,.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f ammette un solo punto di minimo relativo (b) f ammette infiniti punti di minimo relativo
(c) f ammette infiniti punti di massimo relativo (d) f ammette un solo punto di sella

(e) f ammette un solo punto di massimo relativo ; le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$ (b), (d) $\boxed{\text{B}}$ (a), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$ (b), (e) $\boxed{\text{D}}$ (a), (d), (e)

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(1, 8)$. Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $g(x, y) = e^{x^2 - y^2 + 8xy}$. Detti $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$ si ha

$\boxed{\text{A}}$ $m = 0$ e $M = e^{17}$ $\boxed{\text{B}}$ $m = 1$ e $M = e^{17}$ $\boxed{\text{C}}$ $m = 0$ e $M = e^{16}$ $\boxed{\text{D}}$ $m = 1$ e $M = e^{18}$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y, z) = (y+z)^2$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (4\,t, \cos t + \sin t, \cos t - \sin t)$, $\quad t \in [0, \pi/2]$, l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f$$

vale $\boxed{\text{A}}$ $\pi\sqrt{25 + 2}$ $\boxed{\text{B}}$ $4\pi\sqrt{18}$ $\boxed{\text{C}}$ $2\pi\sqrt{18}$ $\boxed{\text{D}}$ $\pi\sqrt{18}$

---

7. Sia dato il campo vettoriale

$$\overrightarrow{F}(x, y) = \left(\frac{2x + 4y}{x^2 + y^2 + 4xy + 1} + e^y + ye^x\right)\overrightarrow{i} + \left(\frac{4x + 2y}{x^2 + y^2 + 4xy + 1} + xe^y + e^x\right)\overrightarrow{j}\,.$$

Sia Γ l'arco di parabola $y = x^2$ con $0 \leq x \leq 1$. Allora l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma$ vale

$\boxed{\text{A}}$ $\log 7$ $\boxed{\text{B}}$ $2 + \log 6$ $\boxed{\text{C}}$ $2e + \log 7$ $\boxed{\text{D}}$ $2e + \log 6$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_\Omega \frac{9}{2}\, dxdy$$

dove $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, -2 + |x| \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}\}$, vale

$\boxed{\text{A}}$ $9(\pi + 2)$ $\boxed{\text{B}}$ $8(\pi + 2)$ $\boxed{\text{C}}$ $9(\pi + 1)$ $\boxed{\text{D}}$ 9π

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_{36}^{49} \frac{1+e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx$$

vale

$\boxed{A}$ $e^7 - e^6$ $\boxed{B}$ $2(1+e^7-e^6)$ $\boxed{C}$ $1+e^7-e^6$ $\boxed{D}$ $\ln(1+e^7-e^6)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 36y = \left[\frac{1}{4}+36\right]\, e^{x/2}\,, \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1\,. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}\left(\frac{2\pi}{6}\right)$ vale $\boxed{A}$ -1 $\boxed{B}$ $e^{\frac{\pi}{6}}$ $\boxed{C}$ $1+e^{\frac{\pi}{6}}$ $\boxed{D}$ $-1+e^{\frac{\pi}{6}}$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{\log(1+3x^3)}{x^4+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$, (b) f è differenziabile in $(0,0)$, (c) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$,

(d) per ogni versore $v = (v_1, v_2)$ con $v_2 \neq 0$ esiste la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$

le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$ (a), (b), (d) $\boxed{\text{B}}$ (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$ (a), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$ (c), (d)

---

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^2 y(y - 3x)\,.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f ammette un solo punto di minimo relativo (b) f ammette infiniti punti di minimo relativo
(c) f ammette infiniti punti di massimo relativo (d) f ammette un solo punto di sella

(e) f ammette un solo punto di massimo relativo ; le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$ (a), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$ (b), (e) $\boxed{\text{C}}$ (b), (d) $\boxed{\text{D}}$ (a), (d), (e)

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(1, 10)$. Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $g(x, y) = e^{x^2 - y^2 + 10xy}$. Detti $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$ si ha

$\boxed{\text{A}}$ $m = 1$ e $M = e^{26}$ $\boxed{\text{B}}$ $m = 0$ e $M = e^{26}$ $\boxed{\text{C}}$ $m = 0$ e $M = e^{25}$ $\boxed{\text{D}}$ $m = 1$ e $M = e^{27}$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y, z) = (y+z)^2$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (5\,t, \cos t + \sin t, \cos t - \sin t)$, $t \in [0, \pi/2]$, l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f$$

vale $\boxed{\text{A}}$ $\pi\sqrt{36 + 2}$ $\boxed{\text{B}}$ $4\pi\sqrt{27}$ $\boxed{\text{C}}$ $\pi\sqrt{27}$ $\boxed{\text{D}}$ $2\pi\sqrt{27}$

---

7. Sia dato il campo vettoriale

$$\overrightarrow{F}(x, y) = \left(\frac{2x + 3y}{x^2 + y^2 + 3xy + 1} + e^y + ye^x\right)\overrightarrow{i} + \left(\frac{3x + 2y}{x^2 + y^2 + 3xy + 1} + xe^y + e^x\right)\overrightarrow{j}\,.$$

Sia Γ l'arco di parabola $y = x^2$ con $0 \leq x \leq 1$. Allora l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma$ vale

$\boxed{\text{A}}$ $2e + \log 6$ $\boxed{\text{B}}$ $\log 6$ $\boxed{\text{C}}$ $2 + \log 5$ $\boxed{\text{D}}$ $2e + \log 5$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_\Omega \frac{11}{2}\, dxdy$$

dove $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, -2 + |x| \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}\}$, vale

$\boxed{\text{A}}$ $10(\pi + 2)$ $\boxed{\text{B}}$ $11(\pi + 1)$ $\boxed{\text{C}}$ 11π $\boxed{\text{D}}$ $11(\pi + 2)$

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_{49}^{64} \frac{1+e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$$

vale

$\boxed{A}$ $2(1+e^8-e^7)$ $\boxed{B}$ e^8-e^7 $\boxed{C}$ $1+e^8-e^7$ $\boxed{D}$ $\ln(1+e^8-e^7)$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''+49y=\left[\frac{1}{4}+49\right]\,e^{x/2}\,, \\ y(0)=0 \\ y'(0)=1\,. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}\left(\frac{2\pi}{7}\right)$ vale $\boxed{A}$ -1 $\boxed{B}$ $e^{\frac{\pi}{7}}$ $\boxed{C}$ $-1+e^{\frac{\pi}{7}}$ $\boxed{D}$ $1+e^{\frac{\pi}{7}}$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y):=\begin{cases} \dfrac{\log(1+2x^3)}{x^4+y^2} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$, (b) f è differenziabile in $(0,0)$, (c) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=0$,

(d) per ogni versore $v = (v_1, v_2)$ con $v_2 \neq 0$ esiste la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$

le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$ (a), (b), (d) $\boxed{\text{B}}$ (c), (d) $\boxed{\text{C}}$ (a), (b), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$ (a), (c), (d)

---

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = x^2 y(y - 2x)\,.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f ammette un solo punto di minimo relativo (b) f ammette infiniti punti di minimo relativo
(c) f ammette infiniti punti di massimo relativo (d) f ammette un solo punto di sella

(e) f ammette un solo punto di massimo relativo ; le uniche corrette sono

$\boxed{\text{A}}$ (a), (c), (d) $\boxed{\text{B}}$ (b), (e) $\boxed{\text{C}}$ (a), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$ (b), (d)

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(1,12)$. Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $g(x,y) = e^{x^2 - y^2 + 12xy}$. Detti $M = \max_T g$ e $m = \min_T g$ si ha

$\boxed{\text{A}}$ $m = 1$ e $M = e^{37}$ $\boxed{\text{B}}$ $m = 0$ e $M = e^{37}$ $\boxed{\text{C}}$ $m = 0$ e $M = e^{36}$ $\boxed{\text{D}}$ $m = 1$ e $M = e^{38}$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y,z) = (y+z)^2$. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = (6\,t, \cos t + \sin t, \cos t - \sin t)$, $t \in [0, \pi/2]$, l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f$$

vale $\boxed{\text{A}}$ $\pi\sqrt{49+2}$ $\boxed{\text{B}}$ $\pi\sqrt{38}$ $\boxed{\text{C}}$ $4\pi\sqrt{38}$ $\boxed{\text{D}}$ $2\pi\sqrt{38}$

---

7. Sia dato il campo vettoriale

$$\overrightarrow{F}(x,y) = \left(\frac{2x+2y}{x^2+y^2+2xy+1} + e^y + ye^x\right)\overrightarrow{i} + \left(\frac{2x+2y}{x^2+y^2+2xy+1} + xe^y + e^x\right)\overrightarrow{j}\,.$$

Sia Γ l'arco di parabola $y = x^2$ con $0 \le x \le 1$. Allora l'integrale curvilineo $\int_\Gamma \overrightarrow{F} \cdot d\Gamma$ vale

$\boxed{\text{A}}$ $\log 5$ $\boxed{\text{B}}$ $2e + \log 5$ $\boxed{\text{C}}$ $2 + \log 4$ $\boxed{\text{D}}$ $2e + \log 4$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_\Omega \frac{13}{2}\,dxdy$$

dove $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, -2 + |x| \le y \le \sqrt{4 - x^2}\}$, vale

$\boxed{\text{A}}$ $12(\pi+2)$ $\boxed{\text{B}}$ $13(\pi+1)$ $\boxed{\text{C}}$ 13π $\boxed{\text{D}}$ $13(\pi+2)$
