Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_1^2 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\,dx$$
vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $2\arctan\frac{1}{\sqrt{2}} - \arctan\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$ $\boxed{\text{B}}$: $2\arctan\frac{1}{\sqrt{2}} + \arctan\sqrt{2} + \sqrt{2} - \frac{\pi}{2} - 1$
$\boxed{\text{C}}$: $2\arctan\frac{1}{\sqrt{2}} + \arctan\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1$ $\boxed{\text{D}}$: 1

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = 4\dfrac{(e^{y/2}-1)^2}{e^{y/2}}, \\ y(0) = 2\log 2 \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(\frac{1}{4})$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 2 $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: -1 $\boxed{\text{D}}$: $2\log 3$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(x^2+2xy)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f ammette la derivata parziale rispetto ad y in $(0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4\,xy$. Allora i punti $P_1 = (0,0)$ e $P_2 = (1,1)$ sono per f

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: P_1 di massimo, P_2 di minimo $\boxed{\text{B}}$: P_1 di sella, P_2 di minimo $\boxed{\text{C}}$: P_1 di sella, P_2 di massimo $\boxed{\text{D}}$: P_1 non è critico, P_2 di minimo

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(0,3)$. Data $f(x,y) = 4xy\, e^{y+3x}$, detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$, si ha

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = \frac{3}{2}e^3$ e $M = 3e^3$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 0$ e $M = \frac{3}{2}e^3$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$ e $M = 3e^{\frac{3}{2}}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = 0$ e $M = 3e^3$

---

6. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = 3(\cos t + \sin t, \sin t - \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$, il **versore** tangente a γ nel punto $(x_0, y_0) = (3,3)$ corrispondente a $t_0 = \frac{\pi}{2}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $(1,0)$ $\boxed{\text{B}}$: $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ $\boxed{\text{C}}$: $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ $\boxed{\text{D}}$: $(2,-1)$

---

7. Sia $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ un campo scalare tale che $f(0,0) = 2$. Supponiamo inoltre che

   $$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 2, \qquad \nabla f(0,0) = (2,2), \qquad D_v f(0,0) = 4.$$

   Delle seguenti affermazioni

   (a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f è di clase C^1 in un intorno di $(0,0)$ (d) f soddisfa

   $$f(x,y) = 2 + 2(x+y) + o(\sqrt{x^2+y^2}) \qquad (x,y) \to (0,0),$$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c)

---

8. L'integrale doppio

   $$\iint_D (2 + \sin x)\, dxdy$$

   dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 4\}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: π $\boxed{\text{B}}$: $4\pi^2$ $\boxed{\text{C}}$: 4π $\boxed{\text{D}}$: 0

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_1^3 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\,dx$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $3\arctan\frac{1}{\sqrt{3}}+\arctan\sqrt{3}+\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}-1$ $\boxed{\text{B}}$: $3\arctan\frac{1}{\sqrt{3}}+\arctan\sqrt{3}-\sqrt{3}+1$ $\boxed{\text{C}}$: 1 $\boxed{\text{D}}$: $3\arctan\frac{1}{\sqrt{3}}-\arctan\sqrt{3}+\sqrt{3}-1$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 6\dfrac{(e^{y/3}-1)^2}{e^{y/3}}\,, \\ y(0) = 3\log 2 \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\frac{1}{4})$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 3 $\boxed{\text{B}}$: $\frac{2}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $3\log 3$ $\boxed{\text{D}}$: -1

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(x^2+3xy)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f ammette la derivata parziale rispetto ad y in $(0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^6 + y^6 - 6\,xy$. Allora i punti $P_1 = (0,0)$ e $P_2 = (1,1)$ sono per f

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: P_1 di sella, P_2 di minimo $\boxed{\text{B}}$: P_1 di massimo, P_2 di minimo $\boxed{\text{C}}$: P_1 di sella, P_2 di massimo $\boxed{\text{D}}$: P_1 non è critico, P_2 di minimo

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(0,5)$. Data $f(x,y) = 4xy\,e^{y+5x}$, detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$, si ha

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = \frac{5}{2}e^5$ e $M = 5e^5$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 0$ e $M = 5e^5$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$ e $M = \frac{5}{2}e^5$ $\boxed{\text{D}}$: $m = 0$ e $M = 5e^{\frac{5}{2}}$

---

6. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = 5(\cos t + \sin t, \sin t - \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$, il **versore** tangente a γ nel punto $(x_0, y_0) = (5,5)$ corrispondente a $t_0 = \frac{\pi}{2}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ $\boxed{\text{B}}$: $(1,0)$ $\boxed{\text{C}}$: $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ $\boxed{\text{D}}$: $(3,-2)$

---

7. Sia $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ un campo scalare tale che $f(0,0) = 3$. Supponiamo inoltre che

   $$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 3, \qquad \nabla f(0,0) = (3,3), \qquad D_v f(0,0) = 6.$$

   Delle seguenti affermazioni

   (a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f è di clase C^1 in un intorno di $(0,0)$ (d) f soddisfa

   $$f(x,y) = 3 + 3(x+y) + o(\sqrt{x^2+y^2}) \qquad (x,y) \to (0,0),$$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c)

---

8. L'integrale doppio

   $$\iint_D (3 + \sin x)\,dxdy$$

   dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 9x^2 + y^2 \leq 9\}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: π $\boxed{\text{B}}$: 9π $\boxed{\text{C}}$: $9\pi^2$ $\boxed{\text{D}}$: 0

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta $= +4$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_1^4 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\,dx$$
vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $4\arctan\frac{1}{2}+\arctan 2+1-\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $4\arctan\frac{1}{2}-\arctan 2+1$ $\boxed{\text{C}}$: $4\arctan\frac{1}{2}+\arctan 2-1$ $\boxed{\text{D}}$: 1

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = 8\dfrac{(e^{y/4}-1)^2}{e^{y/4}}, \\ y(0) = 4\log 2 \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(\frac{1}{4})$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $4\log 3$ $\boxed{\text{B}}$: 4 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{3}{4}$ $\boxed{\text{D}}$: -1

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(x^2+4xy)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f ammette la derivata parziale rispetto ad y in $(0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: (b), (c) $\boxed{B}$: (a), (d) $\boxed{C}$: (a), (c) $\boxed{D}$: (a), (b)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^8 + y^8 - 8\,xy$. Allora i punti $P_1 = (0,0)$ e $P_2 = (1,1)$ sono per f

   Risp.: $\boxed{A}$: P_1 di massimo, P_2 di minimo $\boxed{B}$: P_1 di sella, P_2 di minimo $\boxed{C}$: P_1 di sella, P_2 di massimo $\boxed{D}$: P_1 non è critico, P_2 di minimo

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(0,7)$. Data $f(x,y) = 4xy\,e^{y+7x}$, detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$, si ha

   Risp.: $\boxed{A}$: $m = 0$ e $M = 7e^7$ $\boxed{B}$: $m = \frac{7}{2}e^7$ e $M = 7e^7$ $\boxed{C}$: $m = 0$ e $M = \frac{7}{2}e^7$ $\boxed{D}$: $m = 0$ e $M = 7e^{\frac{7}{2}}$

---

6. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = 7(\cos t + \sin t, \sin t - \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$, il **versore** tangente a γ nel punto $(x_0, y_0) = (7,7)$ corrispondente a $t_0 = \frac{\pi}{2}$ è

   Risp.: $\boxed{A}$: $(1,0)$ $\boxed{B}$: $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ $\boxed{C}$: $(4,-3)$ $\boxed{D}$: $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

---

7. Sia $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ un campo scalare tale che $f(0,0) = 4$. Supponiamo inoltre che

   $$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 4, \qquad \nabla f(0,0) = (4,4), \qquad D_v f(0,0) = 8.$$

   Delle seguenti affermazioni

   (a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f è di clase C^1 in un intorno di $(0,0)$ (d) f soddisfa

   $$f(x,y) = 4 + 4(x+y) + o(\sqrt{x^2+y^2}) \qquad (x,y) \to (0,0),$$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{A}$: (a), (b), (d) $\boxed{B}$: (a), (c), (d) $\boxed{C}$: (a), (c) $\boxed{D}$: (a), (b)

---

8. L'integrale doppio

   $$\iint_D (4 + \sin x)\,dxdy$$

   dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 16x^2 + y^2 \le 16\}$ vale

   Risp.: $\boxed{A}$: π $\boxed{B}$: 16π $\boxed{C}$: $16\pi^2$ $\boxed{D}$: 0

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale

$$\int_1^5 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\, dx$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $5\arctan\frac{1}{\sqrt{5}} - \arctan\sqrt{5} + \sqrt{5} - 1$ $\boxed{\text{B}}$: $5\arctan\frac{1}{\sqrt{5}} + \arctan\sqrt{5} + \sqrt{5} - \frac{\pi}{2} - 1$ $\boxed{\text{C}}$: $5\arctan\frac{1}{\sqrt{5}} + \arctan\sqrt{5} - \sqrt{5} + 1$ $\boxed{\text{D}}$: 1

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 10\dfrac{(e^{y/5}-1)^2}{e^{y/5}}, \\ y(0) = 5\log 2 \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\frac{1}{4})$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 5 $\boxed{\text{B}}$: $5\log 3$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{4}{5}$ $\boxed{\text{D}}$: -1

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(x^2+5xy)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f ammette la derivata parziale rispetto ad y in $(0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: (b), (c) $\boxed{B}$: (a), (d) $\boxed{C}$: (a), (b) $\boxed{D}$: (a), (c)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^{10} + y^{10} - 10\,xy$. Allora i punti $P_1 = (0,0)$ e $P_2 = (1,1)$ sono per f

   Risp.: $\boxed{A}$: P_1 di massimo, P_2 di minimo $\boxed{B}$: P_1 di sella, P_2 di massimo $\boxed{C}$: P_1 di sella, P_2 di minimo $\boxed{D}$: P_1 non è critico, P_2 di minimo

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(0,9)$. Data $f(x,y) = 4xy\,e^{y+9x}$, detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$, si ha

   Risp.: $\boxed{A}$: $m = 0$ e $M = 9e^9$ $\boxed{B}$: $m = \frac{9}{2}e^9$ e $M = 9e^9$ $\boxed{C}$: $m = 0$ e $M = \frac{9}{2}e^9$ $\boxed{D}$: $m = 0$ e $M = 9e^{\frac{9}{2}}$

---

6. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = 9(\cos t + \sin t, \sin t - \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$, il **versore** tangente a γ nel punto $(x_0, y_0) = (9,9)$ corrispondente a $t_0 = \frac{\pi}{2}$ è

   Risp.: $\boxed{A}$: $(1,0)$ $\boxed{B}$: $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ $\boxed{C}$: $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ $\boxed{D}$: $(5,-4)$

---

7. Sia $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ un campo scalare tale che $f(0,0) = 5$. Supponiamo inoltre che

   $$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 5, \qquad \nabla f(0,0) = (5,5), \qquad D_v f(0,0) = 10.$$

   Delle seguenti affermazioni

   (a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f è di clase C^1 in un intorno di $(0,0)$ (d) f soddisfa

   $$f(x,y) = 5 + 5(x+y) + o(\sqrt{x^2+y^2}) \qquad (x,y) \to (0,0),$$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{A}$: (a), (b), (d) $\boxed{B}$: (a), (c), (d) $\boxed{C}$: (a), (b) $\boxed{D}$: (a), (c)

---

8. L'integrale doppio

   $$\int\!\!\int_D (5 + \sin x)\,dxdy$$

   dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 25x^2 + y^2 \leq 25\}$ vale

   Risp.: $\boxed{A}$: 25π $\boxed{B}$: π $\boxed{C}$: $25\pi^2$ $\boxed{D}$: 0

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_1^6 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\, dx$$
vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $6\arctan\frac{1}{\sqrt6}+\arctan\sqrt6+\sqrt6-\frac{\pi}{2}-1$ $\boxed{\text{B}}$: $6\arctan\frac{1}{\sqrt6}+\arctan\sqrt6-\sqrt6+1$ $\boxed{\text{C}}$: $6\arctan\frac{1}{\sqrt6}-\arctan\sqrt6+\sqrt6-1$ $\boxed{\text{D}}$: 1

2. Sia $\tilde y$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = 12\dfrac{(e^{y/6}-1)^2}{e^{y/6}}, \\ y(0) = 6\log 2 \end{cases}$$
Allora $\tilde y(\frac14)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 6 $\boxed{\text{B}}$: $\frac56$ $\boxed{\text{C}}$: -1 $\boxed{\text{D}}$: $6\log 3$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(x^2+6xy)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f ammette la derivata parziale rispetto ad y in $(0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^{12} + y^{12} - 12\,xy$. Allora i punti $P_1 = (0,0)$ e $P_2 = (1,1)$ sono per f

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: P_1 di sella, P_2 di minimo $\boxed{\text{B}}$: P_1 di massimo, P_2 di minimo $\boxed{\text{C}}$: P_1 di sella, P_2 di massimo $\boxed{\text{D}}$: P_1 non è critico, P_2 di minimo

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(0,11)$. Data $\quad f(x,y) = 4xy\,e^{y+11x}, \quad$ detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$, si ha

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = \frac{11}{2}e^{11}$ e $M = 11e^{11}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 0$ e $M = 11e^{11}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$ e $M = \frac{11}{2}e^{11}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = 0$ e $M = 11e^{\frac{11}{2}}$

---

6. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = 11(\cos t + \sin t, \sin t - \cos t)$, $\quad t \in [0, 2\pi]$, il **versore** tangente a γ nel punto $(x_0, y_0) = (11, 11)$ corrispondente a $t_0 = \frac{\pi}{2}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $(1,0)$ $\boxed{\text{B}}$: $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ $\boxed{\text{C}}$: $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ $\boxed{\text{D}}$: $(6, -5)$

---

7. Sia $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ un campo scalare tale che $f(0,0) = 6$. Supponiamo inoltre che
   $$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 6, \qquad \nabla f(0,0) = (6,6), \qquad D_v f(0,0) = 12.$$
   Delle seguenti affermazioni

   (a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f è di clase C^1 in un intorno di $(0,0)$ (d) f soddisfa
   $$f(x,y) = 6 + 6(x+y) + o(\sqrt{x^2+y^2}) \qquad (x,y) \to (0,0),$$
   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c)

---

8. L'integrale doppio
   $$\iint_D (6 + \sin x)\,dxdy$$
   dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 36x^2 + y^2 \leq 36\}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: π $\boxed{\text{B}}$: 36π $\boxed{\text{C}}$: $36\pi^2$ $\boxed{\text{D}}$: 0

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte sovrastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0;
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale
$$\int_1^7 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\,dx$$
vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $7\arctan\frac{1}{\sqrt{7}}+\arctan\sqrt{7}+\sqrt{7}-\frac{\pi}{2}-1$ $\boxed{\text{B}}$: $7\arctan\frac{1}{\sqrt{7}}+\arctan\sqrt{7}-\sqrt{7}+1$ $\boxed{\text{C}}$: 1 $\boxed{\text{D}}$: $7\arctan\frac{1}{\sqrt{7}}-\arctan\sqrt{7}+\sqrt{7}-1$

2. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = 14\dfrac{(e^{y/7}-1)^2}{e^{y/7}}, \\ y(0) = 7\log 2 \end{cases}$$
Allora $\tilde{y}(\frac{1}{4})$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 7 $\boxed{\text{B}}$: $\frac{6}{7}$ $\boxed{\text{C}}$: -1 $\boxed{\text{D}}$: $7\log 3$

3. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(x^2+7xy)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$$
Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f ammette la derivata parziale rispetto ad y in $(0,0)$ (d) f è differenziabile in $(0,0)$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^{14} + y^{14} - 14\,xy$. Allora i punti $P_1 = (0,0)$ e $P_2 = (1,1)$ sono per f

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: P_1 di sella, P_2 di minimo $\boxed{\text{B}}$: P_1 di massimo, P_2 di minimo $\boxed{\text{C}}$: P_1 di sella, P_2 di massimo $\boxed{\text{D}}$: P_1 non è critico, P_2 di minimo

---

5. Sia T il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(0,13)$. Data $f(x,y) = 4xy\,e^{y+13x}$, detti $M = \max_T f$ e $m = \min_T f$, si ha

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = \frac{13}{2}e^{13}$ e $M = 13e^{13}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 0$ e $M = 13e^{13}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$ e $M = \frac{13}{2}e^{13}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = 0$ e $M = 13e^{\frac{13}{2}}$

---

6. Data la curva γ di rappresentazione parametrica $\gamma(t) = 13(\cos t + \sin t, \sin t - \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$, il **versore** tangente a γ nel punto $(x_0, y_0) = (13, 13)$ corrispondente a $t_0 = \frac{\pi}{2}$ è

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ $\boxed{\text{B}}$: $(1,0)$ $\boxed{\text{C}}$: $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ $\boxed{\text{D}}$: $(7,-6)$

---

7. Sia $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ un campo scalare tale che $f(0,0) = 7$. Supponiamo inoltre che

   $$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 7, \qquad \nabla f(0,0) = (7,7), \qquad D_v f(0,0) = 14.$$

   Delle seguenti affermazioni

   (a) f è continua in $(0,0)$ (b) f ammette la derivata parziale rispetto ad x in $(0,0)$ (c) f è di classe C^1 in un intorno di $(0,0)$ (d) f soddisfa

   $$f(x,y) = 7 + 7(x+y) + o(\sqrt{x^2+y^2}) \qquad (x,y) \to (0,0),$$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (d) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c)

---

8. L'integrale doppio

   $$\iint_D (7 + \sin x)\,dxdy$$

   dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 49x^2 + y^2 \leq 49\}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: π $\boxed{\text{B}}$: $49\pi^2$ $\boxed{\text{C}}$: 49π $\boxed{\text{D}}$: 0
