Nome, Cognome, Matricola:

Tempo a disposizione: 90 minuti

1. Rappresentare in forma esponenziale tutti i numeri complessi $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$z^3 = |1-i|\left[|1-i|^4 + 2(1+i)^2\right]$$

Risposta: $z = 2\exp\left(\frac{i\pi}{12} + \frac{2ki\pi}{3}\right)$, $k = 0, 1, 2$, **Punteggio:** 6

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\arctan(2-x)}{x-2} & \text{se } x > 2 \\ 1 & \text{se } x = 2 \\ \sin\left(\dfrac{1}{(x-2)^2}\right) & \text{se } x < 2 \end{cases}$$

Allora $x_0 = 2$ è un punto di

$\boxed{\text{A}}$: discontinuità eliminabile $\boxed{\text{B}}$: discontinuità di seconda specie $\boxed{\text{C}}$: continuità $\boxed{\text{D}}$: infinito $\boxed{\text{E}}$: salto

Risposta: B, **Punteggio:** 6

3. L'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\cos^3 x - \sin^3 x\right) dx$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: $\sqrt{2} - \frac{1}{3\sqrt{2}} - \frac{2}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $\sqrt{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} - \frac{2}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\sqrt{2} - \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{2}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $\sqrt{2} - \frac{1}{3\sqrt{2}} - \frac{2}{5}$ $\boxed{\text{E}}$: $\sqrt{2} - \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{2}{5}$

Risposta: A, **Punteggio:** 7

4. La serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^\alpha \left[1 + \sin\left(\frac{1}{n}\right) - \sqrt{1 + \frac{2}{n}}\right]$$

converge se e solo se

$\boxed{\text{A}}$: $\alpha \leq 1$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha < 0$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < 1$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < 2$ $\boxed{\text{E}}$: $\alpha \leq 2$

Risposta: C, **Punteggio:** 6

5. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y &= e^x \\ y(0) &= 0 \\ y'(0) &= 1 \end{cases}$$

Allora

$$\lim_{x \to -\infty} e^x \, \tilde{y}(x)$$

vale

$\boxed{\text{A}} : \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{B}} : \frac{3}{4}$ $\boxed{\text{C}} : -\frac{1}{4}$ $\boxed{\text{D}} : -\frac{3}{4}$ $\boxed{\text{E}} : 1$

Punteggio: 7