ANALISI MATEMATICA 1 — 04 Settembre 2023 — Sezione A-L, Compito 2

Nome, Cognome, Matricola:

---

1. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+(\sqrt{x}+1)^2}\,dx$$

vale

$\boxed{\text{A}}$: $1-\log(5/2)$ $\boxed{\text{B}}$: $2-2\log(3/2)$ $\boxed{\cancel{\text{C}}}$: $2-2\log(5/2)$ $\boxed{\text{D}}$: $1-\log(3/2)$ $\boxed{\text{E}}$: $1-2\log(5/2)$

Punteggio: 7

---

2. Il limite

$$\lim_{n\to\infty} n^4 \arctan\left(1-n^2\sin\left(\frac{1}{n^2}\right)\right)$$

vale $\boxed{\cancel{\text{A}}}$: $\frac{1}{6}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{4}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{5}$

Punteggio: 6

---

3. Determinare il luogo geometrico descritto dagli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Re}\left(\frac{4}{z}\right) - \frac{4}{\operatorname{Im}(iz)} = -\frac{3}{z\bar{z}}$$

Punteggio: 6 una parabola privata dell'origine

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la funzione data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{\sin^2(x)+3x}}{x^{2\beta}} & \text{se } x > 0 \\ \arctan\left(x^2\right) & \text{se } x \le 0 \end{cases}$$

è derivabile in $x = 0$ se e solo se

$\boxed{\text{A}}$: $\beta \le -\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\beta < -\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\beta \le -\frac{1}{4}$ $\boxed{\cancel{\text{D}}}$: $\beta < -\frac{1}{4}$ $\boxed{\text{E}}$: $\beta < 0$

Punteggio: 7

---

5. Determinare tutti e soli i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(e^{\alpha n}+\sin(n!))^2}{(e^{3n}+n)(n^\alpha+\arctan(n^n))}$$

converge.

Punteggio: 6

converge se e solo se $\alpha \le \frac{3}{2}$
