Nome, Cognome, Matricola:

---

1. L'integrale
$$\int_{e^{-1}}^{1} \frac{\log x + 2}{(\log x)^2 + 2\log x + 2} \frac{dx}{x}$$
vale
$\boxed{\text{A}}$: $\log(2) + \frac{\pi}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{2}\log(2) + \frac{\pi}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{2}\log(2) + \frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\log(2) + \frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: $\frac{1}{4}\log(2) + \frac{\pi}{4}$
Punteggio: 6

---

2. Il limite
$$\lim_{n\to\infty} (6e^n + 5n^7)\left[(1 + e^{-n})^{\frac{1}{2}} - (1 - e^{-n})^{\frac{1}{2}}\right]$$
vale $\boxed{\text{A}}$: 2 $\boxed{\text{B}}$: 3 $\boxed{\text{C}}$: 4 $\boxed{\text{D}}$: 6 $\boxed{\text{E}}$: 1

Punteggio: 7

---

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che
$$\mathrm{Re}\left[e^{\pi i \frac{17}{2}} z - e^{\pi i \frac{33}{2}} \bar{z} + z^2\right] = \mathrm{Re}(z(z - \bar{z})).$$

Punteggio: 6

cerchio

---

4. Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione
$$f(x) = \begin{cases} e^{-1}(x+1)^{2/x} & \text{se } x > 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ \exp\left(\arctan\left(\frac{\pi}{4|x|^{\alpha-1}}\right) + 1\right) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$
ammette un punto di discontinuità eliminable in $x = 0$.

Punteggio: 7

$\alpha < 1$

---

5. Sia $\alpha > 0$. Allora la serie numerica
$$\sum_{n=1}^{\infty} e^n n! \left(\exp\left(\frac{1}{(n!)^{2\alpha}}\right) - 1 - \sin\left(\frac{1}{(n!)^{2\alpha}}\right)\right)$$
converge se e solo se

Punteggio: 6

$\alpha > \frac{1}{2}$
