
Nome, Cognome, Matricola:

Tempo a disposizione: 90 minuti

1. Calcolare le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione

$$iz^2 - 2z + 3i = 0$$

Risposta: $z = i$, $z = -3i$

Punteggio: 6

2. Sia $\alpha \geq 0$ e sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2) - \sin^2 x}{x^\alpha} & \text{se } x > 0, \\ \arctan(x^2) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Allora f è derivabile in $x = 0$ se e solo se

☐ A : $\alpha < 1$ ☐ B : $\alpha \leq 1$ ☐ C : $\alpha < 3$ ☐ D : $\alpha \leq 3$ ☐ E : $\alpha < 4$

Risposta: C, **Punteggio:** 6

3. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} \log(1+x) \, dx$$

vale

☐ A : $2\log(2) + \pi - 4$ ☐ B : $2\log(2) - \pi + 4$ ☐ C : $4 - \pi$ ☐ D : $\log(2) + \pi - 4$ ☐ E : $\log(2) - \pi + 4$

Risposta: A, **Punteggio:** 7

4. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{n+2}}{(n+2)^n} (\sqrt{1+n^4} - n^2)$$

vale

☐ A : $\frac{1}{e^2}$ ☐ B : $\frac{1}{2e^2}$ ☐ C : $\frac{1}{e}$ ☐ D : $\frac{1}{2e}$ ☐ E : 0

Risposta: B, **Punteggio:** 6,

5. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) + y(t) = 1 - t, \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Determinare il valore di α in corrispondenza al quale la soluzione $\bar{y}$ soddisfa

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{\bar{y}(t)}{t} = -1.$$

☐ A : 1 ☐ B : 2 ☐ C : -1 ☐ D : -2 ☐ E : $\frac{1}{2}$

Punteggio: 7
