
Nome, Cognome, Matricola:

1. Sia $\alpha > 0$ e sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(\sin x)^2 - \sin(x^2)}{x^\alpha} & \text{se } x > 0 \\ \arctan(x^2) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Allora f è derivabile in $x = 0$ se e solo se

☒ : $\alpha < 3$ ☐ : $\alpha \leq 3$ ☐ : $\alpha < 4$ ☐ : $\alpha \leq 4$ ☐ : $\alpha < 2$

Punteggio: 7

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{n+4}}{(n+1)^{n+2} + n!} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)$$

vale ☐ : $\frac{1}{e}$ ☒ : $\frac{1}{2e}$ ☐ : $\frac{1}{3e}$ ☐ : $\frac{1}{4e}$ ☐ : 0

Punteggio: 6

3. L'integrale

$$\int_0^1 \arctan(x-1) dx$$

vale ☐ : $\arctan(1) - \frac{1}{2} \log(2)$ ☐ : $-\arctan(1) - \log(2)$ ☐ : $\arctan(1) + \frac{1}{2} \log(2)$

☒ : $-\arctan(1) + \frac{1}{2} \log(2)$ ☐ : $\arctan(1) - \log(2)$

Punteggio: 7

4. Il luogo degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} z^4 - 2^4 \frac{1+i}{\sqrt{2}} = 0 \\ 3 \exp\left(\frac{3}{2}\pi i\right) (z - \bar{z}) > 0 \end{cases}$$

è dato da ☐ : un punto ☒ : due punti ☐ : tre punti ☐ : quattro punti ☐ : una circonferenza

Punteggio: 6

5. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} [\log(n^{n+1} + \arctan(n^n)) - (n+1) \log(n)]$$

Punteggio: 6

converge
