

Nome, Cognome, Matricola:

1. L'integrale

$$\int_0^{\pi^2} \sin(\sqrt{x}) dx$$

vale A : $\frac{\pi}{2}$ B : π C : 4π D : $\frac{\pi}{4}$ E : 2π

Punteggio: 6 risp.: E

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{n+2} + n!}{(n+1)^n} \left(\sin\left(\frac{1}{n^2}\right) + \cos\left(\frac{1}{n}\right) - \exp(n^{-3}) \right)$$

vale A : e B : $\frac{1}{e}$ C : $\frac{1}{2e}$ D : $\frac{2}{e}$ E : $\frac{1}{4e}$

Punteggio: 7 Risposta: C

3. Determinare l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Re}(1+i(z\bar{z})^5) < \operatorname{Im}\left(\frac{z}{z+i} + 7\right).$$

Punteggio: 6

cerchio di centro $(-\frac{1}{2}, -1)$ e raggio $\frac{1}{2}$

4. Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x(1+x+x^2)^{\frac{\alpha}{x}} & \text{se } x > 0 \\ \sin(x^2) + \sin(2x) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

è derivabile in $x = 0$.

A : $\alpha = 1$ B : $\alpha = \log(2)$ C : $\alpha = \log(3)$ D : $\alpha = e$ E : $\alpha = 0$

Punteggio: 7 Risposta: B

5. Determinare tutti e soli i valori di $\alpha > 0$ per cui la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+n^\alpha) - \alpha \log n}{\sqrt{1+n^4} - n^2}$$

converge.

Punteggio: 6

Risposta: $\alpha > 3$