

Nome, Cognome, Matricola:

1. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \frac{(\cos x - 1) \sin x}{\cos^2 x + 4 \cos x + 5} dx$$

Punteggio: 6

$$\frac{1}{2} \log 2 - 3 \arctan(3) + 3 \arctan(2)$$

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2 + 2n + n^2}{n^2} \right)^{3n+1}$$

vale ☒ A : e^6 ☐ B : 1 ☐ C : e^2 ☐ D : e^3 ☐ E : 0

Punteggio: 7

3. Sia $\alpha > 0$ e sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+x^3) - \sin(x^3)}{x^\alpha} & \text{se } x > 0 \\ 1 - \cos(x^2) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Allora f è derivabile in $x = 0$ se e solo se

☐ A : $\alpha \leq 4$ ☐ B : $\alpha < 4$ ☐ C : $\alpha \leq 5$ ☒ D : $\alpha < 5$ ☐ E : $\alpha < 6$

Punteggio: 7

4. Il luogo degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} \operatorname{Im}(z) \left[\exp\left(i\frac{\pi}{3}\right) - i \operatorname{Re}\left(\exp\left(i\frac{\pi}{6}\right)\right) \right] + \frac{1}{8}(z + \bar{z}) \leq 0 \\ z\bar{z} \leq i \exp\left(i\frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$$

è dato da ☐ A : un punto ☒ D : un semicerchio ☐ C : un cerchio ☐ D : due punti ☐ E : un segmento

Punteggio: 6

5. La serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arctan(n^n)}{[\log(n!) - \log((n-1)!)]^{\beta+1}} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$$

converge se e solo se

☐ A : $\beta \geq 0$ ☒ D : $\beta > 0$ ☐ C : $\beta \geq 1$ ☐ D : $\beta > 1$ ☐ E : $\beta \geq 2$

Punteggio: 6